

Тексови задатака за пети термин рачунских вежби из Електротехнике

19. Кроз веома дуг танак проводник, површине попречног пресека $S = 1,5 \text{ mm}^2$, протиче стална једносмерна струја. У току једног сата кроз површину попречног пресека проводника протекла је количина електрицитета $Q = 21,6 \text{ kC}$. Одредити јачину и густину струје у проводнику.

Решење:

- **Јачина електричне струје** – ознака I , јединица $[A]$, представља количину електрицитета која протекне кроз попречни пресек проводника у јединици времена. Према томе важи:

$$i = \frac{dQ}{dt}$$

Уколико је у питању **стална једносмерна струја** у сваком временском интервалу протекне једнака количина наелектисања, па важи да је:

$$I = \frac{Q}{t}$$

Густина електричне струје – ознака J , јединица $\left[\frac{A}{m^2}\right]$ или $\left[\frac{A}{mm^2}\right]$, представља јачину електричне струје по површини попречног пресека проводника.

$$J = \frac{I}{S}$$

$$S = 1,5 \text{ mm}^2 = 1,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2$$

$$Q = 21,6 \text{ kC} = 21600 \text{ C}$$

$$t = 1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$$

$$I = ?$$

$$J = ?$$

$$I = \frac{Q}{t} = \frac{21600 \text{ C}}{3600 \text{ s}} = 6 \text{ A}$$

$$J = \frac{I}{S} = \frac{6 \text{ A}}{1,5 \text{ mm}^2} = 4 \frac{\text{A}}{\text{mm}^2} \text{ или}$$

$$J = \frac{6 \text{ A}}{1,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2} = 4 \cdot 10^6 \frac{\text{A}}{\text{m}^2}$$

20. Кроз веома танак бакарни проводник кружног попречног пресека, полупречника $r = 0,5 \text{ mm}$, протиче стална једносмерна струја густине $J = 3 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$. Одредити средњу брзину кретања слободних електрона ако је познато да у бакру има $8,5 \cdot 10^{28}$ слободних електрона по кубном метру.

Решење:

$$r = 0,5 \text{ mm} = 0,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$$

$$J = 3 \cdot 10^6 \text{ A/m}^2$$

$$n' = 8,5 \cdot 10^{28} \frac{1}{\text{m}^3}$$

$$v_{sr} = ?$$

Средња брзина кретања електрона је пут који електрон пређе кроз проводник у јединици времена.

$$v_{sr} = \frac{l}{t}$$

$$J = \frac{I}{S} = \frac{\frac{Q}{t}}{S} = \frac{Q}{S \cdot t}$$

Укупна количина наелектрисања у некој запремини може се изразити као производ броја електрона у тој запремини и наелектрисању једног електрона.

$$Q = e \cdot n = e \cdot n' \cdot V = e \cdot n' \cdot S \cdot l$$

$e = 1,6 \cdot 10^{-19} C$ – елементарно наелектрисање електрона

$n = n' \cdot V$ – укупно наелектрисање у запремини V

$$J = \frac{Q}{S \cdot t} = \frac{e \cdot n' \cdot S \cdot l}{S \cdot t} = \frac{e \cdot n' \cdot l}{t} = e \cdot n' \cdot \frac{l}{t} = e \cdot n' \cdot v_{sr}$$

$$v_{sr} = \frac{J}{e \cdot n'} = \frac{3 \cdot 10^6 \frac{A}{m^2}}{1,6 \cdot 10^{-19} C \cdot 8,5 \cdot 10^{28} \frac{1}{m^3}} = 0,22 \cdot 10^{-3} \frac{m}{s} = 2,2 \cdot 10^{-4} \frac{m}{s}$$

21. Бакарни проводник, дужине $l = 1 km$, има отпорност $R = 0,85 \Omega$. Одредити површину попречног пресека проводника, ако је специфична отпорност бабра $\rho = 17 \cdot 10^{-9} \Omega m$.

Решење:

Наелектрисане честице при кретању кроз проводник наилазе на отпор – електрични отпор. На основу експеримената дошло се до закључка да електрична отпорност R (јединица је ом $[\Omega]$) проводника зависи од дужине проводника, површине попречног пресека проводника и материјала (супстанце) од које је проводник направљен.

Уколико је проводник дужи, његова електрична отпорност је већа, а уколико је дебљи (већи попречи пресек), његова електрична отпорност је мања. Што је електрична отпорност мања, бољи је проводник, а што је већа лошији је проводник. Према томе:

$$R = \rho \frac{l}{S}$$

$\rho [\Omega m], \left[\frac{\Omega mm^2}{m} \right]$ – специфична отпорност материјала

$l [m]$ – специфична отпорност материјала

$S [m^2], [mm^2]$ – попречни пресек проводника

$$l = 1 km = 1000 m$$

$$R = 0,85 \Omega$$

$$\rho = 17 \cdot 10^{-9} \Omega m.$$

$$S = ?$$

$$R = \rho \frac{l}{S} \Rightarrow S = \frac{\rho l}{R}$$

$$S = \frac{17 \cdot 10^{-9} \Omega m \cdot 1000 m}{0,85 \Omega}$$

$$S = 20 \cdot 10^{-6} m^2 = 20 mm^2$$

22. На крајевима отпорника отпорности R , кроз који протиче струја $I = 0,1 \text{ A}$, измерен је напон $U = 10 \text{ V}$. Одредити:

а* Отпорност отпорника;

б* Снагу на отпорнику;

в* Снагу на отпорнику ако се струја повећа на $I_1 = 0,2 \text{ A}$.

Решење:

Омов закон

Јачина електричне струје у проводнику (исто важи за отпорник и термогени потрошач) сразмерна је електричном напону на његовим крајевима, а обрнуто сразмерна његовој електричној отпорности.

$$I = \frac{U}{R}$$

U [V] (волт) – електрични напон

I [A] – јачина електричне струје

R [Ω] (ом) – електрични отпор

Џулов закон

Рад електричне струје (електрична енергија која се ослободи на проводнику при протицању струје) у неком делу струјног кола једнак је производу напона, јачине електричне струје и времена протицања струје кроз посматрани део струјног кола. Снага електричне струје једнака је производу електричног напона и јачине електричне струје. Према томе у комбинацији са омовим законом, добија се следеће:

$$A = U \cdot I \cdot t = \frac{U^2}{R} \cdot t = I^2 R \cdot t$$
$$P = \frac{A}{t} = U \cdot I = \frac{U^2}{R} = I^2 R$$

A [J] (џул) – рад (енергија)

P [W] (ват) – снага електричне струје

Правити разлику између јединица *ват W* и *волт V*!!!

$$U = 10 \text{ V}$$

$$I = 0,1 \text{ A}$$

$$I_1 = 0,2 \text{ A}$$

$$R = ?$$

$$P = ?$$

$$P_1 = ?$$

Из омовог закона

$$R = \frac{U}{I} = \frac{10 \text{ V}}{0,1 \text{ A}} = 100 \Omega$$

$$P = U \cdot I = 10 \text{ V} \cdot 0,1 \text{ A} = 1 \text{ W}$$

При промени струје мења се и напон. Једино отпор остаје исти.

$$P_1 = I_1^2 R = 0,2^2 \cdot 100 = 4 \text{ W}$$

23. Снага на отпорнику отпорности R , прикљученом на напон $U = 10 \text{ V}$, износи $P = 0,5 \text{ W}$. Одредити колика ће бити снага на том отпорнику ако кроз њега протиче струја $I = 50 \text{ mA}$.

Решење:

$$U = 10 \text{ V}$$

$$P = 0,5 \text{ W}$$

$$I = 50 \text{ mA} = 0,05 \text{ A}$$

$$P_1 = ?$$

Снага на отпорнику је:

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow R = \frac{U^2}{P}$$

$$R = \frac{10^2}{0,5} = 200 \Omega$$

Отпор се не мења.

$$P_1 = I^2 R = 0,05^2 \cdot 200 = 0,5 \text{ W}$$

Снага се није променила!

24. Отпорност отпорника, начињеног од материјала чији је температурни коефицијент отпорности $\alpha = 4,3 \cdot 10^{-3} (\text{°C})^{-1}$, на температури $\theta_0 = 20 \text{ °C}$ износи $R_0 = 80 \Omega$. На којој температури се налази овај отпорник, ако је при струји од 130 mA напон на његовим крајевима $3,38 \text{ V}$.

Решење:

Отпорност проводника (специфична отпорност материјала) увелико зависи и од температуре на којој се материјал проводника налази. Та зависност је углавном линеарна и може се описати следећом једначином:

$$R_t = R_0(1 + \alpha(\theta - \theta_0))$$

$R_t [\Omega]$ – електрични отпор на температури θ

$R_0 [\Omega]$ – електрични отпор на температури θ_0

$\alpha \left[\frac{1}{\text{°C}} \right]$ или $\left[\frac{1}{\text{K}} \right]$ – температурни коефицијент електричне отпорности

t_0 и t су температуре у степенима целзијусовим или келвинима

температурни коефицијент електричне отпорности α може бити позитиван и негативан. Уколико је позитиван, електрична отпорност ће се повећавати са порастом температуре (при загревању), а уколико је негативан, електрична отпорност ће се смањивати при загревању. Електрични отпорници који користе промену отпорности са температуром зову се термистори. Деле се на NTC – negative temperature coefficient и PTC – positive temperature coefficient. Саставни су делови савремених уређаја као сензори температуре (веш машина, код аутомобила као сензор температуре течности мотора, код клима уређаја итд.)

$$\begin{aligned}
 U &= 3,38 \text{ V} \\
 I &= 130 \text{ mA} = 0,13 \text{ A} \\
 \theta_0 &= 20 \text{ }^\circ\text{C} \\
 R_0 &= 80 \text{ } \Omega \\
 \alpha &= 4,3 \cdot 10^{-3} (\text{ }^\circ\text{C})^{-1} \\
 \theta &=?
 \end{aligned}$$

Из Омовог закона је:

$$R = \frac{U}{I} = \frac{3,38}{0,13} = 26 \text{ } \Omega$$

$$\begin{aligned}
 R_t &= R_0(1 + \alpha(\theta - \theta_0)) \\
 &\Rightarrow \frac{R_t}{R_0} - 1 \\
 &= \alpha(\theta - \theta_0)
 \end{aligned}$$

одакле је

$$\theta = \theta_0 + \frac{1}{\alpha} \left(\frac{R_t}{R_0} - 1 \right)$$

$$\theta = 20 + \frac{1}{4,3 \cdot 10^{-3}} \left(\frac{26}{80} - 1 \right)$$

$$\theta = -137 \text{ }^\circ\text{C}$$

25. Загрејано влакно сијалице начињено је од материјала чији је температурни коефицијент отпорности на $20 \text{ }^\circ\text{C}$, $\alpha = 8 \cdot 10^{-4} (\text{ }^\circ\text{C})^{-1}$. Сијалица се прикључује на напон $U = 200 \text{ V}$. При радној температури загревног влакна ($\theta = 1270 \text{ }^\circ\text{C}$) њена снага је $P = 100 \text{ W}$. Одредити отпорност загревног влакна и струју која протиче кроз сијалицу

а* при радној температури

б* при укључивању (хладно загревно влакно, $\theta_0 = 20 \text{ }^\circ\text{C}$).

Решење:

$$\begin{aligned}
 \alpha &= 8 \cdot 10^{-4} (\text{ }^\circ\text{C})^{-1} & \theta_0 &= 20 \text{ }^\circ\text{C} \\
 U &= 200 \text{ V} & R_t &=? \\
 \theta &= 1270 \text{ }^\circ\text{C} & R_0 &=? \\
 P &= 100 \text{ W}
 \end{aligned}$$

Снага на сијалици је:

$$P = \frac{U^2}{R_t} \Rightarrow R_t = \frac{U^2}{P}, \quad R_t = \frac{200^2}{100} = 400 \text{ } \Omega$$

Струја која протиче кроз сијалицу при радној температури је:

$$I = \frac{U}{R_t} = \frac{200 \text{ V}}{400 \text{ } \Omega} = 0,5 \text{ A}$$

Отпорност сијалице при њеном укључивању је:

$$R_t = R_0(1 + \alpha(\theta - \theta_0)) \Rightarrow R_0 = \frac{R_t}{1 + \alpha(\theta - \theta_0)} = \frac{400}{1 + 8 \cdot 10^{-4} \cdot (1270 - 20)} = 200 \text{ } \Omega$$

Струја при укључивању сијалице је:

$$I = \frac{U}{R_0} = \frac{200 \text{ V}}{200 \text{ } \Omega} = 1 \text{ A}$$