Програм за полагање пријемног испита из **Физике**

1. Кинематика транслаторног и ротационог кретања.

Равномерно праволинијско кретање. Равномерно променљиво кретање (са и без почетне брзине). Примери равномерно променљивог кретања (слободно падање – хитац наниже, хитац навише). Кретање тела по кругу. Равномерна ротација. Равномерно променљива ротација (са и без почетнеугаоне брзине). Веза између линијских величина (S, v, a) и угаоних величина (φ, ω, α).

2. Динамика транслаторног и ротационог кретања.

Њутнови закони механике (I, II и III Њутнов закон). Импулс тела и импус силе. Закон одржања импулса. Сила теже. Силе еластичности. Силе трења. Рад и снага код транслаторног кретања. Механичка енергија (кинетичка, потенцијална и енергија еластичне деформације). Закон одржања енергије. Примери закона одржања енергије и закона одржања импулса (судари тела). Центрипетална и центрифугална сила. Момент силе. Момент инерције. II Њутнов закон динамике ротације. Момент импулса и закон одржања момента импулса. Рад, снага и енергија код ротационог кретања.

3. Основне интеракције у природи

Гравитационе силе (Њутнов закон опште гравитације). Гравитационо поље Земље (Земљино убрзање). Рад у гравитационом пољу (гравитациона потенцијална енергија и гравитациони потенцијал). Електростатичка сила (Кулонов закон). Електростатичко поље. Рад у електростатичком пољу (потенцијална енергија и напон). Капацитет. Капацитет плочастог кондензатора. Везивање кондензатора. Електростатичка енергија. Једносмерна електрична струја (јачина струје, густина струје). Омов закон за део електричног кола. Везивање отпорника. Омов закон за струјно коло. Електромоторна сила. Везивање извора струје. Рад, снага и топлотно дејство струје. Кирхофова правила. Закони електролизе. Амперов закон. Флукс магнетног поља. Лапласов закон и примена. Електромагнетна индукција. Међусобна индукција и самоиндукција.

4. Физика великог броја честица

Гасни закони. Једначина стања идеалног гаса. Основна једначина молекулско-кинетичке теорије идеалног гаса. Основни закони хидростатике (Паскалов закон, хидростатички притисак, Архимедов закон). Једначина континуитета. Бернулијева једначина. Примери уз Бернулијеву једначину (истицање течности и гасова). Сила унутрашњег трења. Стоксова сила. Површински напон и капиларне појаве. Унутрашња енергија и топлотни капацитет. Принципи термодинамике (степен корисног дејства). Промена димензије тела у функцији температуре.

5. Осцилације, таласи и оптика

Кинематика хармонијских осцилација. Динамика осцилаторног кретања. Математичко и физичко клатно. Брзина, убрзање и енергија код хармонијског осциловања. Трансферзални и лонгитудинални таласи. Једначина таласа. Брзина таласа у еластичним срединама. Електромагнетне осцилације. Томсонова формула. Електромагнетни таласи. Основни закони геометријске оптике (одбијање и преламање светлости). Тотална рефлексија. Равна и сферна огледала. Једначина сферних огледала. Оптичка сочива. Једначина сочива. Интерференција светлости. Дифракција светлости. Поларизовање светлости.

6. Физика микросвета

Закони зрачења апсолутно црног тела (Штеван-Болемонов закон, Винов закон, Планков закон). Кванти светлости. Фотоелектрични ефекат. ДеБрољева ротација. Борови постулати (I и II Боров постулат). Атом водоника по Боровој теорији. Линијски спектар атома водоника. Основне карактеристике језгра атома. Дефекти масе и енергија везе. Радиоактивно зрачење. Закон радиоактивног распада. Нулеарна реакција.

Литература:

1. Н.Н. Вердеревскај, С. П. Егорова: Сборник задач и вопросов по физике, Изд. Висшај школа, Москва 1989.
2. С. И. Кашина, Н. И. Сезонов: Сборник задач по физике, Изд. Висшај школа, Москва 1983.
3. С. П. Мјасников, Т. Н. Осанова: Пособие по физике, Изд. Висшај школа, Москва 1976.
4. И. Аничин, Г. Божин и др. : Приручник (I, II) за рачунске задатке за I и II разред заједничке основе средњег усмереног образовања, Изд. Научна књига, Београд 1982.
5. Г. Димић, Ц. Жегарац: Збирка задатака из физике, Средњи курс Ц, Изд. Грађевинска књига, Београд 1988.
6. Б. Станић, М. Марковић: Решени задаци са класификационих испита из физике на техничким факултетима, Изд. Научна књига, Београд, 1987.
7. М. Пејевић, Г. Ристић, С. Голубовић: Решени задаци за припрему пријемног испита из физике, Изд. Едиција: Публикације, Ниш, 2000.

Могу се користити и други уџбеници Физике за средње школе (гимназија и стручне школе).

1. KINEMATIKA TRANSLATORNOG I ROTACIONOG KRETANJA MATERIJALNE TAČKE (TELA)

Kinematika izučava različia mehanička kretanja tela bez razmatranja uzroka koji izaziva to kretanje. Razlikuju se dva oblika kinematskog kretanja: translatorno i rotaciono. Osnovne kinematičke veličine kretanja su: put (s), brzina (v) i ubrzanje (a) - translatorno kretanje; ugaoni pomeraj (φ), ugaona brzina (ω) i ugaono ubrzanje (α) - rotaciono kretanje

Kinematika translatornog kretanja

Kretanje tela po pravoj liniji sa konstantnom brzinom (v = const) naziva se ravnomerno (uniformno) pravolinijsko kretanje. Brzina kretanja je $v = \frac{s}{t}$, a pređeni put $s = v \cdot t$.

Ako se telo kreće tako da na različitim delovima pravolinijskog puta ima različite srednje brzine, to je ukupna srednja brzina na celom putu

$$v_{sr} = \frac{s}{t} = \frac{s_1 + s_2 + \ldots + s_n}{t_1 + t_2 + \ldots + t_n}.$$

Kretanje tela kod koga je ubrzanje konstantno (a = const) naziva se ravnomerno promenljivo. Kod takvog kretanja srednje ubrzanje a_{sr} je $a_{sr} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$, gde je Δv - promena brzine a Δt - vremenski interval.

Srednja brzina je srednja aritmetička vrednost početne v_o i krajnje brzine v

$$v_{sr} = \frac{v_0 + v}{2}.$$

U zavisnosti od znaka ubrzanja, ravnomerno promenljivo kretanje može biti: ubrzano (a > 0) i usporeno (a < 0), a u odnosu na početne uslove može biti: kretanje bez početne brzine ($v_o = 0$) i kretanje sa početnom brzinom ($v_o > 0$).

Za kretanje bez početne brzine ($v_o = 0$), brzina i pređeni put dati su sledećim relacijama:

$$v = at \quad ; \quad v_{sr} = \frac{v_0 + v}{2} = \frac{v}{2} = \frac{at}{2} \quad ; \quad s = v_{sr} t = \frac{at^2}{2} \quad ; \quad v^2 = 2as\,.$$

Za kretanje sa početnom brzinom ($v_o > 0$) je:

$$v = v_0 + at \quad ; \quad s = v_0 t \pm \frac{at^2}{2} \quad ; \quad v^2 = v_0^{\,2} \pm 2as \;;$$

gde se znak (+) odnosi na ubrzano a znak (-) na usporeno kretanje.

Specijalan slučaj ravnomerno promenljivog pravolinijskog kretanja koje se vrši sa konstantnim ubrzanjem g = 9,81 m/s^2 (ubrzanje Zemljine teže) je slobodno padanje (hitac naniže). Kod takvog kretanja važe sledeće relacije:

za $v_o = 0$	za $v_o > 0$
$v = gt$	$v = v_0 + gt$
$s = h = \frac{gt^2}{2}$	$h = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$
$v^2 = 2gh$	$v^2 = v_0^{\,2} + 2ah$

Za hitac naviše (vertikalan hitac) (usporenog kretanje) je:

$$v = v_0 - gt \quad ; \quad h = v_0 t - \frac{gt^2}{2} \quad ; \quad v^2 = v_0^{\,2} - 2ah \ .$$

Kinematika rotacionog kretanja

Ako se materijalna tačka (telo) kreće po krugu, to u svakoj tački kružne putanje linearna brzina **v** je u pravcu tangente, a ubrzanje $\mathbf{a}_c$ u pravcu radijusa R i naziva se radijalno ili centripetalno ubrzanje. U tom slučaju je

$$v = \frac{l}{t} = \frac{2\pi R}{T} \quad ; \quad a_c = \frac{v^2}{R} \ ,$$

gde je *l* - obim kruga, R - poluprečnik kruga a T - period rotacije.
Jednačine koje opisuju rotaciono kretanje tela mogu se izvesti iz jednačine translacionog kretanja stavljanjem umesto puta s - ugao obrtanja φ (rad), brzine v - ugaona brzina ω (rad/s) i ubrzanja a - ugaono ubrzanje α (rad/s^2).
U tom slučaju za ravnomernu rotaciju (ω = const) biće:

$$\varphi = \omega t \quad ; \quad \omega = \frac{\varphi}{t} \ ,$$

a za ravnomerno promenljivu rotaciju (ubrzanu α > 0 i usporenu α < 0) je:

$$\omega = \omega_0 \pm \alpha t \quad ; \quad \varphi = \omega_0 t \pm \frac{\alpha t^2}{2} \quad ; \quad \omega^2 = \omega_0^{\,2} \pm 2\alpha\varphi \ ;$$

gde znak (+) odgovara ubrzanoj, a znak (-) usporenoj rotaciji. Kod ubrzane rotacje bez početne brzine je $\omega_0 = 0$.
Ugaona brzina ω, period rotacije T i frekvencija ν povezane su izrazom

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu \ .$$

Ugaone veličine φ, ω i α povezane su sa odgovarujućim linijskim veličinama s, v i a sledećim odnosima:

$$s = \varphi R, \Rightarrow \varphi = \frac{s}{R} \ ,$$

$$v = \omega R \Rightarrow \omega = \frac{v}{R} \ ,$$

$$a_t = \alpha R \Rightarrow \alpha = \frac{a}{R} \ ,$$

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 4\pi^2 \nu^2 R \ ,$$

(a_t je projekcija vektora linearnog ubrzanja na pravac tangente u datoj tački, a a_c - projekcija tog ubrzanja na pravac radijusa.
Ukupno ubrzanje je

$$a = \sqrt{a_t^{\,2} + a_c^{\,2}} = \sqrt{\alpha^2 R^2 + \omega^4 R^2} = R\sqrt{\alpha^2 + \omega^4} \ .$$

REŠENI ZADACI

1. Iz dve tačke A i B, postavljene na rastojanju s_o = 90 m jedna od druge istovremeno u istom pravcu počinju kretanje dva tela. Telo koje se kreće iz tačke A ima brzinu 5 m/s, a telo koje se kreće iz tačke B - brzinu 2 m/s. Posle koliko vremena prvo telo dostigne drugo telo? Koliki su pređeni putevi svakog od tela?

Dato:
$s_o = 90$ m
$v_1 = 5$ m/s
$v_2 = 2$ m/s

Odrediti:
t - ?
s_1 - ?; s_2 - ?

Rešenje: Do tačke gde se tela sustignu prvo telo je prešlo put $s_1 = s_o + s_2 = v_1t$, a drugo put $s_2 = v_2t$. Iz ovih jednačina sledi da je $v_1t = s_o + v_2t$, odnosno

$$t = \frac{s_0}{v_1 - v_2} = 30s\ .$$

2. Jedan automobil, krećući se ravnomernom brzinom 12 m/s, prešao je za 10 s isti put kao i drugo telo za 15 s. Kolika je brzina drugog tela?

Dato:
$v_1 = 12$ m/s
$t_1 = 10$ s
$t_2 = 15$ s

Odrediti:
v_2 - ?

Rešenje: Pošto oba automobila pređu isti put različitim brzinama za različita vremena, to je: $v_1t_1 = v_2t_2$ odnosno,

$$v_2 = \frac{v_1t_1}{t_2} = 8\frac{m}{s}\ .$$

3. Iz tačke A kreće se ka tački B automobil brzinom 20 m/s. Istovremeno, nasuprot njemu, iz tačke B polazi autobus brzinom 54 km/h. Rastojanje između tačaka A i B je 17,5 km. Na kom rastojanju od tačke A se automobil susretne sa autobusom? Koliki je pređeni put autobusa?

Dato:
$s = 17{,}5$ km $= 17{,}5\text{x}10^3$ m
$v_1 = 20$ m/s
$v_2 = 54$ km/h $= 15$ m/s

Odrediti:
s_1 - ?; s_2 - ?

Rešenje: Do tačke susreta automobil je prešao put s_1 a autobus put s_2, pa je $s = s_1 + s_2 = v_1t + v_2t = (v_1 + v_2)t$. Odavde je vreme susreta

$$t = \frac{s}{v_1 + v_2} = 500s\ .$$

Pređeni put automobila je $s_1 = v_1t = 10$ km, a autobusa $s_2 = v_2t = 7{,}5$ km.

4. Prvu polovinu puta automobil pređe srednjom brzinom 15 m/s, a drugu polovinu puta srednjom brzinom 10 m/s. Kolika je srednja brzina automobila na celom putu?

Dato:
$v_1 = 15$ m/s
$v_2 = 10$ m/s
$s_1 = s_2 = s/2$

Odrediti:
v_{sr} - ?

Rešenje: Kako su vremena prelaska prve, odnosno druge polovine puta $t = \frac{s_1}{v_1} = \frac{s}{2v_1}$ i

$t_2 = \frac{s_2}{v_2} = \frac{s}{2v_2}$, to je $v_{sr} = \dfrac{s}{\dfrac{s}{2v_1} + \dfrac{s}{2v_2}} = \dfrac{2v_1v_2}{v_1 + v_2} = 12\dfrac{m}{s}$.

5. Pešak za 5 s, pređe put od 4 m, za sledećih 15 s pređe 14 m i za poslednjih 10 s put od 12 m. Kolika je srednja brzina pešaka na celom putu?

Dato:
$t_1 = 5$ s; $t_2 = 5$ s; $t_3 = 10$ s
$s_1 = 4$ m; $s_2 = 4$ m; $s_3 = 4$ m;

Odrediti:
v_{sr} - ?

Rešenje:

$$v_{sr} = \frac{s_u}{t_u} = \frac{s_1 + s_2 + s_3}{t_1 + t_2 + t_3} = 1\frac{m}{s}.$$

6. Na prvoj četvrtini puta, srednja brzina voza je 20 m/s. Kolika je srednja brzina voza na drugom delu puta ako je srednja brzina voza na čitavom putu 15 m/s ?

Dato:
$v_1 = 20$ m/s
$v_{sr} = 15$ m/s
$s_1 = s/4$; $s_2 = 3s/4$

Odrediti:
v_2 - ?

Rešenje: Srednja brzina na celom putu je

$$v_{sr} = \frac{s_u}{t_u} = \frac{s_1 + s_2}{t_1 + t_2} = \frac{s_1 + s_2}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}} = \frac{(s_1 + s_2)v_1 v_2}{s_1 v_2 + s_2 v_1} = \frac{s v_1 v_2}{\frac{s}{4}(v_2 + 3v_1)} = \frac{4v_1 v_2}{v_2 + 3v_1}$$

Rešenjem ove jednačine sledi da je $v_2 = \frac{3v_{sr}v_1}{4v_1 - v_{sr}} = 13{,}8\frac{m}{s}$.

7. Brzina voza na prvoj polovini puta je dva puta veća nego na drugoj. Kolike su brzine voza duž svakog dela puta ako je srednja brzina voza na celom putu 16 m/s ?

Dato:
$v_1 = 2v_2$
$s_1 = s_2 = s/2$
$v_{sr} = 16$ m/s

Odrediti:
v_1 - ?; v_2 - ?

Rešenje:

$$v_{sr} = \frac{s_u}{t_u} = \frac{s_1 + s_2}{\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2}} = \frac{s}{\frac{s}{2v_1} + \frac{s}{2v_2}} = \frac{4v_2}{3}$$. Odavde sledi da je $v_2 = \frac{3v_{sr}}{4} = 12\frac{m}{s}$, a

$$v_1 = 2v_2 = 24\frac{m}{s}$$

8. Rastojanje između dva grada koji leže na istoj reci je 54 km. Putovanje brodom uzvodno od jednog do drugog grada traje 7 h, a nizvodno 3 h. Kolika je srednja brzina reke u odnosu na obalu, a kolika brzina broda u odnosu na vodu?

Dato:
$s = 54$ km
$t_1 = 7$ h, $t_2 = 3$ h

Odrediti:
v_R - ?; v - ?

Rešenje:
Za kretanje broda uzvodno je s = (v - v_R)t_1 a nizvodno s = (v + v_R)t_2. Izjednačavanjem ovih jednačina sledi da je $v_R = \frac{s(t_2 - t_1)}{2t_1t_2} = 4{,}5\frac{km}{h}$. Brzina broda u odnosu na vodu je $v = \frac{s + v_R t_1}{t_1} = 13{,}5\frac{km}{h}$.

9. Materijalna tačka krećući se ravnomerno po krugu poluprečnika 0,2 m načini 300 obrtaja za vreme 1 min. Kolika je ugaona brzina, frekvencija, period oscilovanja i linijska brzina?

Dato:
r = 0,2 m
t = 1 min = 60 s
n = 300 obrta

Odrediti:
v - ?; ω - ?; T - ?; ν - ?

Rešenje:Frekvencija obrtanja je $\nu = \frac{n}{t} = 5Hz$. Ugaona brzina je $\omega = 2\pi\nu$ =31,4 rad/s, a period rotacije $T = \frac{1}{\nu} = 0.2s$. Linijska bzina je $v = \frac{2\pi R}{T} = 6{,}28\frac{rad}{s}$.

10. Kotur prečnika 20 cm rotira ravnomerno i načini 360 obrtaja za 3 minuta. Odrediti period rotacije, ugaonu brzinu i linijsku brzinu tačke na obodu kotura.

Dato:
d = 20 cm; r = 10 cm
t = 3 min = 180 s
n = 360 obrta

Odrediti:
v - ?; ω - ?; T - ?

Rešenje:

$T = \frac{t}{n} = 0.5s$; $\omega = \frac{2\pi}{T} = 12{,}56\frac{rad}{s}$; $v = \omega r = 1{,}25\frac{rad}{s}$.

11. Odrediti radijus rotirajućeg točka, ako je linijska brzina tačke na obodu točka dva puta veća od tačke koja leži za 5 cm bliže osi točka.

Dato:
$v_1 = 2v_2$
Δr= 5 cm = 5 x 10^{-2} m

Odrediti:
r - ?

Rešenje:
Linijske brzine tih tačaka su:
$v_1 = \omega r$ i $v_2 = \omega(r - \Delta r)$. Uz dati uslov, sledi da je $\omega r = 2\omega(r - \Delta r)$, odnosno r = 2Δr = 10 cm.

12. Kolike su ugaone brzine sekundne, male i velike kazaljke časovnika?

Odrediti:
ω_s - ? ω_m - ? ω_v - ?

Rešenje:

Periodi rotacije su: T_s = 60 s, T_m = 24 x 60 x 60 s = 86400 s, T_v = 60 x 60 s = 3600 s. Odgovarajuće ugaone brzine su:

$$\omega_s = \frac{2\pi}{T_s} = \frac{2\cdot 3{,}14}{60} = 0{,}104\frac{rad}{s}; \qquad \omega_m = \frac{2\pi}{T_v} = \frac{2\cdot 3{,}14}{3600} = 1{,}74\cdot 10^{-3}\frac{rad}{s};$$

$$\omega_v = \frac{2\pi}{T_v} = \frac{2\cdot 3{,}14}{86400} = 7{,}26\cdot 10^{-5}\frac{rad}{s}.$$

13. Pri ravnomerno ubrzanom kretanju iz stanja mirovanja telo je prešlo za 5 s put 90 cm. Koliki je pređeni put za vreme 7 s?

Dato:
t_1 = 5 s; t_2 = 7 s
s_1 = 90 cm

Odrediti:
s_2 - ?

Rešenje:

Pređeni putevi tela za vreme t_1 i t_2 su: $s_1 = \frac{at_1^2}{2}$ i $s_2 = \frac{at_2^2}{2}$. Deljenjem ovih jednačina dobija se

$\frac{s_1}{s_2} = \frac{t_1^2}{t_2^2}$ odnosno $s_2 = s_1\frac{t_2^2}{t_1^2} = 2s_1 = 1{,}8m$.

14. Jednačina kretanja tela ima oblik s = 15t + 0,4t^2. Naći ubrzanje tela, početnu brzinu, njegovu brzinu posle 5 s kretanja i pređeni put.

Dato:
s = 15t + 0,4t^2
t = 5 s

Odrediti:
v_o - ?; v - ?; s - ?; a - ?

Rešenje:
Upoređivanjem date jednačine sa jednačinom kretanja u opštem obliku

$s = v_0t + \frac{at^2}{2}$ i s = 15t + 0,4t^2 , sledi da je v_o = 15 m/s i a/2 = 0,4 m/s^2.

Brzina kretanja posle 5 s je $v = v_0 + at$ =19 m/s a pređeni put s = 86 m.

15. Telo pređe put 50 m za vreme od 5 s, pri čemu se njegova brzina poveća 4 puta. Odrediti ubrzanje tela smatrajući da je ono konstantno.

Dato:
t = 5 s
s = 50 cm
$v_1 = 4v_2$

Odrediti:
a - ?

Rešenje:

Ubrzanje tela je $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{4v_o - v_o}{t} = \frac{3v_o}{t}$. Odavde sledi da je $v_o = \frac{at}{3}$. Pređeni put je

$s = v_0t + \frac{at^2}{2} = \frac{at^2}{3} + \frac{at^2}{2} = \frac{5at^2}{6}$. Konačno sledi da je $a = \frac{6s}{5t^2} = 2{,}4\frac{m}{s^2}$.

16. Automobil polazi iz stanja mirovanja i kreće se ravnomerno ubrzano. U jednom trenutku on ima brzinu 25 m/s. Na ostalom delu puta 150 m brzina mu je 40 m/s. Koliko je ubrzanje automobila i koliki je put on prešao u trenutku kad je imao brzinu 25 m/s?

Dato:
$v_1 = 25$ m/s; $v_2 = 40$ m/s
$s_2 = 150$ m

Odrediti:
s_1 - ? a - ?

Rešenje:

Kako je $v_2^2 = v_0^2 + 2as_2$ sledi da je $a = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2s_2} = 3{,}25\frac{m}{s^2}$. Iz relacije $v_1^2 = 2as_1$ sledi

$$s_1 = \frac{v_1^2}{2a} = 96m$$

17. Krećući se ravnomerno usporeno sa usporenjem 0,5 m/s^2 i početnom brzinom 20 m/s voz se posle izvesnog vremena zaustavi. Posle kog vremena se voz zaustavi i koliki je pređeni put za to vreme?

Dato:
$v_o = 20$ m/s
$a = 0{,}5$ m/s^2

Odrediti:
s - ? t - ?

Rešenje:

Iz relacije $v = v_0 - at$, za v = 0, sledi $t = \frac{v_o}{a} = 40s$. Pređeni put je $s = v_0 t - \frac{at^2}{2} = 400m$.

18. Točak koji rotira načini za prvih 10 s 50 obrta. Rotacija točka je ravnomerno ubrzana. Odrediti: ugaono ubrzanje i konačnu ugaonu brzinu.

Dato:
t = 10 s
n = 50 obrta

Odrediti:
ω - ?; α - ?

Rešenje:

Iz relacije $\varphi = \frac{\alpha t^2}{2}$, sledi uz $\varphi = 2\pi n$, sledi $2\pi n = \frac{\alpha t^2}{2}$. Odavde je $\alpha = \frac{4\pi n}{t^2} = 6{,}28\frac{rad}{s}$. Ugaona brzina je $\omega = \alpha t = 62{,}8$ rad/s.

19. Rotirajući točak smanji pri usporenju za vreme od 1 min svoju frekvenciju od 300 obr/min na 180 obr/min. Naći ugaono ubrzanje i broj obrta načinjenih za to vreme.

Dato:
t = 60 s
$\nu_1 = 300$ obr/min
$\nu_2 = 180$ obr/min

Odrediti:
n - ?; α - ?

Rešenje:
Kako se točak kreće ravnomerno usporeno, to je i $\omega = \omega_0 - \alpha t$. Zamenom $\omega_o = 2\pi\nu_o$ i $\omega = 2\pi\nu$ sledi $\alpha = \frac{2\pi(\nu_o - \nu)}{t} = 0{,}21\frac{rad}{s^2}$. Ugaono pomeranje je

$\varphi = \omega_0 t - \dfrac{\alpha t^2}{2}$. Za $\varphi = 2\pi n$ i $\omega_o = 2\pi\nu_o$ sledi $2\pi n = 2\pi \nu_o t - \dfrac{\alpha t^2}{2}$, odakle je

$$n = \frac{2\pi \nu_o t - \dfrac{\alpha t^2}{2}}{2\pi} = 240 obrta .$$

20. Ventilator rotira sa frekvencijom 900 obr/min. Posle isključenja on načini 75 obrta do zaustavljanja. Koliko je vremena prošlo od trenutka isključenja do potpunog zaustavljanja?

Dato:
n = 75 obrta
ν = 900 obr/min = 15 Hz

Odrediti:
t - ?

Rešenje:

Iz jednačine $\omega = \omega_0 - \alpha t$, uz $\omega = 0$ sledi $\alpha = \dfrac{\omega_o}{t} = \dfrac{2\pi\nu}{t}$. Zamenom ovih izraza u jednačinu kretanja

$\omega^2 = \omega_0^{\ 2} - 2\alpha\varphi$, daje $\omega^2 = \dfrac{2\omega_o \varphi}{t}$. Odavde je

$$t = \frac{2\omega_o\varphi}{\omega_o^{\ 2}} = \frac{2\varphi}{\omega_o} = \frac{2\cdot 2\pi n}{2\pi\nu} = \frac{2n}{\nu} = 10s .$$

21. Materijalna tačka ravnomerno rotira po krugu poluprečnika 8 cm. Odrediti linijsku i ugaonu brzinu i normalno ubrzanje tačke ako ona izvrši 25 obrta za 10 s.

Dato:
n = 25 obrta
t = 10 s
r = 8 cm

Odrediti:
v - ?; ω - ? a_n - ?

Rešenje:

Period oscilovanja je T=t/n, a linijska brzina v = ωr = $\dfrac{2\pi}{T} r = \dfrac{2\pi n r}{t} = 1{,}256 \dfrac{m}{s}$.

Ugaona brzina je ω = v/r = 15,2 rad/s, a normalno ubrzanje $a_n = \dfrac{v^2}{r} = \dfrac{\omega^2 r^2}{r} = \omega^2 r = 18 \dfrac{rad}{s}$.

22. Materijalna tačka se kreće po krugu poluprečnika 10 cm ravnomerno ubrzano sa tangencialnim ubrzanjem 40 m/s^2. Za koje će vreme od početka kretanja tangencijalno ubrzanje biti polovina vrednosti normalnog ubrzanja?

Dato:
r = 10 cm
$a_t = 4 \times 10^{-2}$ m/s^2
$a_t = 0{,}5\ a_n$

Odrediti:
t - ?

Rešenje: Iz jednačine $a_n = \dfrac{v^2}{r}$, sledi uz $a_n = 2a_t$ i $v = a_t t$, da je $2a_t = \dfrac{a_t^{\ 2} t^2}{r}$, odakle je

$$t = \sqrt{\frac{2r}{a_t}} = 2{,}25s .$$

23. Telo pada sa visine 500 m. Odrediti pređeni put tela u poslednjoj sekundi padanja?

Dato:
$h = 500$ m
$g = 9{,}81$ m/s^2
$\Delta t = 1$ s

Odrediti:
Δh - ?

Rešenje:

Iz izraza $h = \frac{gt^2}{2}$, sledi da je vreme padanja tela $t = \sqrt{\frac{2g}{h}}$ = 10 s. Pređeni put do poslednje sekunde je $h_1 = \frac{g(t - \Delta t)^2}{2} = 405m$, tako da je pređeni put u poslednjoj sekundi $\Delta h = h - h_1 = 95$ m.

24. Telo je bačeno vertikalno naviše sa početnom brzinom 8 m/s. Istovremeno sa najviše visine koju ono može dostići bačeno je drugo telo vertikalno naniže istom početnom brzinom. Odrediti vreme susreta tela.

Dato:
$v_o = 8$ m/s
$g = 9{,}81$ m/s^2

Odrediti:
t - ?

Rešenje: Iz jednačine $v^2 = v_0{}^2 - 2gh$ sledi uz v = 0 u najvišoj tački, $s = h = \frac{v_o{}^2}{2g}$. Jednačina kretanja prvog tela je $s_1 = v_0 t - \frac{gt^2}{2}$ a drugog $s_2 = v_0 t + \frac{gt^2}{2}$. Kako je $s = s_1 + s_2 = 2v_o t$, to je $2v_o t = \frac{v_o{}^2}{2g}$.

Odavde je $t = \frac{v_o}{4g} = 0{,}2s$.

25. U poslednjoj sekundi slobodnog padanja telo pređe put 20 m. Naći visinu sa koje je telo palo.

Dato:
$h_2 = 20$ m
$g = 9{,}81$ m/s^2
$\Delta t = 1$ s

Odrediti:
h - ?

Rešenje: Visina sa koje je telo palo je $h = \frac{gt^2}{2} = h_1 + h_2$, gde je $h_1 = \frac{g(t - \Delta t)^2}{2}$ visina do poslednje sekunde. Izjednačavanje ovih izraza daje: $\frac{gt^2}{2} = \frac{g(t - \Delta t)^2}{2} + h_2$ odakle je $t = \frac{\Delta t}{2} + \frac{h_2}{g\Delta t} = 2{,}5s$,

odnosno $h = \frac{gt^2}{2} = 31{,}25m$.

ZADACI ZA SAMOSTALAN RAD

1. Jedan automobil krećući se ravnomerno sa brzinom 12 m/s pređe za 10 s put kao i drugi automobil za 15 s. Kolika je brzina drugog automobila. (Rez: $v_2 = 9$ m/s).

2. Voz, idući po horizontalnom putu brzinom 35 km/h započinje da se kreće ravnomerno usporeno i prelazi 600 m, pri čemu na kraju toga puta ima brzinu 45 km/h. Odrediti ubrzanje i vreme usporenog kretanja voza.
(Rez: $a \approx 0{,}05\ m/s^2$; $t = 53\ s$).

3. Po istom pravcu iz jedne tačke istovremeno započinju kretanje dva tela: jedno ravnomerno sa brzinom 98 m/s, drugo ravnomerno ubrzano bez početne brzine i ubrzanjem $9{,}8\ m/s^2$. Posle koliko vremena drugo telo dostigne prvo? (Rez: $t = 20\ s$).

4. Za prvu sekundu posle početka kretanja automobil pređe 1,2 m. Sa kolikim ubrzanjem se kreće automobil? Odrediti pređeni put automobila posle 10 s od početka kretanja. (Rez: $a = 0{,}8\ m/s^2$, $s = 7{,}6\ m$).

5. Jednačina kretanja tela ima oblik $s = 5t + 0{,}8t^2$. Odrediti početnu brzinu i ubrzanje tela. Kolika je brzina i pređeni put posle 10 s od početka kretanja tela? (Rez: $a = 1{,}6\ m/s^2$, $v_o = 5\ m/s$, $v = 21\ m/s$, $s = 130\ m$).

6. Prvu polovinu vremena svog kretanja automobil se kreće brzinom 80 km/h, a drugu brzinom 40 km/h. Odrediti srednju brzinu kretanja automobila. (Rez: $v_{sr} = 16{,}7\ m/s$).

7. Telo pada sa visine 2000 m. Za koje vreme ono pređe poslednjih 100 m?
(Rez: $t \approx 0{,}5\ s$).

8. Minutna kazaljka uličnog časovnika ima dužinu 3,5 m. Koliko pomeranje izvrši njen kraj za 1 minut. (Rez: $l = 0{,}37\ m$).

9. Turbina koja ima prečnik radnog točka 9 m izvrši za 1 minut 68,2 obrtaja. Odrediti brzinu krajeva lopatica toplotne turbine. (Rez: $v = 32\ m/s$).

10. Rotirajući točak sa frekvecijom 120 obrta/min zaustavlja se u toku 1,5 min. Smatrati to kretanje za ravnomerno usporeno, odrediti broj obrta točka do zaustavljanja, a takođe i ugaono ubrzanje. (Rez: $n = 90$ obrta, $\alpha = 0{,}14\ rad/s^2$).

11. Točak koji vrši ravnomerno kretanje, dostiže ugaonu brzinu 20 rad/s posle 10 obrta od početka kretanja. Naći ugaono ubrzanje točka. (Rez: $\alpha = 3{,}2\ rad/s^2$).

12. Telo slobodno pada sa visine 50 m. Istovremeno sa površine Zemlje bačeno je vertikalno naviše drugo telo sa početnom brzinom 20 m/s. Na kojoj visini se tela susretnu? (Rez: $h \approx 19{,}4\ m$).

2. DINAMIKA TRANSLACIONOG I ROTACIONOG KRETANJA TELA

Dinamika izučava kretanja različitih tela pod uticajem sila koje izazivaju ta kretanja. Razlikuju se dva oblika dinamičkog kretanja:

- dinamika translacionog kretanja, ili dinamika materijalne tačke i
- dinamika rotacionog kretanja ili dinamika tvrdog tela.

Dinamika translacionog kretanja

Dinamika translacionog kretanja bazirana je na tri Njutnova zakona:

Promene stanja mirovanja ili stanja ravnomernog kretanja definiše I Njutnov zakon (zakon inercije). Taj uslov ispunjen je ako je zbir svih sila jednak nuli. Mera za inerciju je masa tela. Masa jedinice zapremine tela je gustina tela $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V$.

Izmena stanja mirovanja ili kretanja uslovljena je dejstvom sile. Vezu između sile **F** i ubrzanja **a** definiše II Njutnov zakon dinamike (mehanike)

$\vec{F} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$, ili u skalarnom obliku $F = ma \Rightarrow a = \frac{F}{m}$.

Jedinica sile je 1N = kgm/s^2. Gornja jednačina predstavlja osnovnu jednačinu dinamike materijalne tačke.

Kako je $a_{sr} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, to je $\vec{F}_{sr} = m\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \vec{F}_{sr}\Delta t = m\Delta\vec{v}$.

Veličina $\vec{F}_{sr}\Delta t = \vec{I}$ naziva se impuls sile, a veličina $\Delta\vec{p} = m\Delta\vec{v}$ - promena impulsa tela: Impuls sile jednak je promeni impulsa tela, $F_{sr}\Delta t = m\Delta v = \Delta p = mv_2 - mv_1 = p_2 - p_1$.

Proizvod mase tela i brzine je impuls tela p = mv $(\vec{p} = m\vec{v})$.

U mehanici se razlikuju tri vrste sila: sila težine, sila trenja i sila elastičnosti.

Sila težine (sila teže) je rezultat gravitacione sile privlačenja Zemlje (i drugih nebeskih tela) koja dejstvuju na telo. Intenzitet te sile je Q = mg $(\vec{Q} = m\vec{g})$

gde je g = 9,81 m/s^2 ubrzanje Zemljine teže.

Sile elastičnosti ne izazivaju kretanje tela već samo promenu forme (oblika) tela (na primer istezanje, sabijanje, smicanje i td.).

U granici elastičnosti, sila elastičnosti, shodno Hukovom zakonu, proporcionalna je veličini deformacije $F_e = -k\Delta l$,

gde je k - restituciona konstanta ili krutost (N/m) a Δl - veličina deformacije (na primer apsolutno istezanje). Ako se radi o elastičnoj deformaciji istezanje ili sabijanje (štapa ili žice) tada je prema Hukovom zakonu; relativna deformacija $\varepsilon = \Delta l/l$ proporcionalna naponu $\tau = F/S$

$$\frac{\Delta l}{l} = \frac{1}{E}\frac{F}{S} \Rightarrow F_e = \frac{ES}{l}\cdot\Delta l = k\Delta l ,$$

gde je E Jungov modul elastičnosti (N/m^2), l - linearna dimenzija tela do deformacije, a S - površina preseka.

Sile trenja javljaju se pri kontaktnom dejstvu između tela (sila trenja mirovanja, sila trenja klizanja i sila trenja kotrljanja). Sila trenja ima uvek suprotan smer od smera kretanja tela. Sila trenja klizanja je

$$F_{tr} = \mu F_n ,$$

gde je μ - koeficijent trenja klizanja, a F_n - normalna komponenta sile težine.

Sila trenja kotrljanja je

$$F_{tr} = \mu_k \frac{F_n}{r} ,$$

gde je μ - koeficijent trenja kotrljanja, a r - poluprečnik kotrljajućeg tela.
Ako jedno telo dejstvuje na drugo izvesnom silom, tada i drugo telo dejstvuje na prvo silom istog intenziteta i pravca ali suprotnog smera (III Njutnov zakon)

$$\vec{F}_1 = -\vec{F}_2 ,$$

odnosno sila akcije jednaka je sili reakcije. Ako na telo dejstvuju više sila, tada je ukupno dejstvo svih sila, tj. rezultantna sila, jednaka

$$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + ... + \vec{F}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = m\vec{a} .$$

Ako neko telo (materijalna tačka) vrši pomeranje pod dejstvom sile, tada ta sila na tom putu izvrši rad

$$A = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs\cos\alpha = F_n s ,$$

gde je F - intenzitet sile, s - pređeni put, α - ugao između pravca sile i puta, $F_n = F\cos\alpha$ - projekcija sile na pravac puta.
Ako je F = const i ako se pravac sile i puta poklapaju, izvršeni rad je

$$A=Fs.$$

Jedinica rada je 1J = 1Nm.
Ako se telo ravnomerno kreće u suprotnom pravcu od pravca dejstva sile teže, tada je izvršeni rad protiv sile teže

$$A = Qs = Qh = mgh ,$$

gde je Q = mg sila teže, s = h - pređeni put (visina).
Ako se telo kreće konstantnom brzinom protiv sile trenja, izvršeni rad je

$$A = F_{tr}s = \mu F_n s .$$

Ako se pod dejstvom konstantne sile F telo ravnomerno ubrzava na putu izvršeni rad je

$$A = Fs = mas = \frac{mv^2}{2} ,$$

jer je $2as = v^2$. Za slučaj da telo poseduje početnu brzinu v_o , biće

$$A = mas = \frac{m}{2}(v^2 - v_o^2) .$$

Rad protiv elastične sile pod dejstvom spoljašnje sile na putu s koja se menja od 0 do F_{max} ($F_{sr} = F_{max}/2$), biće za $F_e = -ks/2$

$$A = F_e s = \frac{ks \cdot s}{2} = \frac{ks^2}{2} .$$

Brzina vršenja rada naziva se snaga, odnosno srednja snaga P_{sr} je izvršeni rad u jedinici vremena.

$$P_{sr} = \frac{A}{t}$$

Trenutna snaga je granična vrednost srednje snage.

$$P = \frac{A}{t} = \frac{Fs}{t} = Fv .$$

Energija tela je njegova sposobnost za vršenje rada. Jedinica rada je džul (J).
Potencijalna energija tela u polju sile teže jednaka je izvršenom radu protiv sile teže

$$E_p = A = mgh .$$

Elastična potencijalna energija jednaka je izvršenom radu protiv dejstva elastične sile

$$E_p = A = \frac{ks^2}{2} .$$

Kinetička energija jednaka je izvršenom radu konstantne sile pri promeni njegove brzine

$$E_k = A = \frac{m}{2}(v_2^2 - v_1^2) .$$

U izolovanom (zatvorenom) sistemu u kome ne dejstvuju spoljašnje sile ukupni impuls ostaje nepromenjen.

$$\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + ... + \vec{p}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{p}_i = \text{const.}$$

U zatvorenom sistemu (izolovanom) mehanički oblici energije ostaju nepromenjeni (Zakon održanja energije).

$$E_k + E_p + E_{rot} = E_u = const\,.$$

Zakon održanja impusa i zakon održanja energije primenjeni na neelastični sudar dvaju tela masa m_1 i m_2 sa brzinama v_1 i v_2 daju:

$m_1 v_1 + m_2 v_2 = (m_1 + m_2)v$, odnosno $v = \dfrac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2}$, gde je v zajednička brzina tela posle sudara;

$\dfrac{m_1 {v_1}^2}{2} + \dfrac{m_2 {v_2}^2}{2} = \left(\dfrac{m_1 + m_2}{2}\right) v^2 + \Delta E_k$ gde je ΔE_k gubitak kinetičke energije posle sudara.

Dinamika rotacionog kretanja

Ako tačkasta masa ili centar mase tvrdog tela vrši kružno kretanje po krugu poluprečnika r, tada u svakoj tački putanje na telo dejstvuje centripetalna sila sa pravcem ka centru rotacije

$$F_{cp} = ma_{cp} = \frac{mv^2}{r} = m\omega^2 r = 4\pi^2 \nu^2 mr\,.$$

Sila koja ima suprotan smer dejstva od F_{cp} ali isti intenzitet je inercijalna sila i naziva se centrifugalna sila $\vec{F}_{cf} = -\vec{F}_{cp}$.

Proizvod sile F i normalnog rastojanja r (kraka sile) između pravca dejstva sile i ose rotacije je moment sile

$$M = Fr.$$

Ukupni moment sila koje dejstvuju na telo jednak je sumi momenata svih sila:

$$M = M_1 + M_2 + M_3 + ... + M_n = \sum_{i=1}^{n} M_i\,.$$

Moment inercije I materijalne tačke u odnosu na zadanu osu rotacije jednak je proizvodu iz mase te tačke i kvadrata rastojanja od ose rotacije.

$$I = mr^2.$$

Moment inercije tela jednak je sumi momenata inercije svih materijalnih tačaka

$$I_T = \sum_{i=1}^{n} m_1 r_i^2\,.$$

Za F = const, moment sile $M = Fr = mar = \dfrac{mvr}{t} = \dfrac{m\omega r^2}{t} = m\alpha r^2$, odnosno

$$M = I\alpha.$$

Ovaj izraz predstavlja II Njutnov zakon dinamike rotacije

Moment impulsa tela L u odnosu na nepokretnu osu jednaka je sumi momenata impulsa svih materijalnih tačaka tvrdog tela i definiše se kao proizvod iz momenta inercije i ugaone brzine

$$L = \sum_{i=1}^{n} L_i = \omega \sum_{i=1}^{n} I_i = I\omega \; ....$$

Za izolovani rotirajući sistem ($\sum M = 0$) ukupni moment impulsa ostaje nepromenjen

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + ... + L_n = \sum_{i=1}^{n} L_i = const\,.$$

Definicija rada kod translacionog kretanja kao proizvod iz sile i pomeraja primenljiva je i za rotaciono kretanje. Kako je F = M/φ i s = rφ, to je izvršeni rad konstantnog momenta sile

$$A = Fs = \frac{Mr\varphi}{r} = M\varphi .$$

Snaga rotacije, analogno snazi translacije P = Fv, biće

$$P = M\omega.$$

Ukupna kinetička energija rotirajućeg tela jednaka je sumi energija svih elemenata mase tela. Saglasno izrazu $E_k = mv^2/2$, biće

$$E_k = \frac{mv^2}{2} = \frac{m\omega^2 r^2}{2} = \frac{I\omega^2}{2} .$$

Izmena ugaone brzine od ω_1 do ω_2 dovodi do promene kinetičke energije

$$\Delta E_k = \frac{I(\omega_2 - \omega_1)}{2} .$$

Ako telo istovremeno vrši translaciju i rotaciju, ukupna kinetička energija je

$$E_k = E_k^T + E_k^R = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} .$$

REŠENI ZADACI

1. Telo mase 3 kg pada u vazduhu s ubrzanjem 8 m/s^2. Naći sili otpora vazduha.

Dato:
a = 8 m/s^2
g = 9,81 m/s^2

Odrediti:
F_{tr} - ?

Rešenje: Kako na telo koje pada dejstvuje sila težine Q = mg i sila otpora F (koja ima suprotan smer od sile težine), to je jednačina kretanja

$$mg - F_{tr} = ma \Rightarrow F_{tr} = m(g - a) = 5{,}4N .$$

2. Vagon mase 20 t kreće se ravnomerno usporeno s ubrznjem 0,3 8 m/s^2 i početnom brzinom 54 km/h. Naći silu trenja koja dejstvuje na vagon, vreme kretanja vagona do zaustavljanja i pređeni put.

Dato:
a = 0,3 m/s^2
v = 15 m/s; m = 20 t

Odrediti:
F_t - ?; t - ?; s - ?

Rešenje: Sila trenja dejstvuje u suprotnom smeru od smera kretanja vagona sa intenzitetom F_{tr} = ma = 6 x 10^3 N. Pređeni put se dobija iz jednačine

$v^2 = {v_0}^2 - 2as$ gde uz v = 0 odakle je $s = \frac{{v_0}^2}{2a} = 25m$. Vreme zaustavljanja vagona je $t = v_o/a$ = 50 s.

3. Telo mase 0,5 kg pođe iz stanja mirovanja i posle pređenog puta 20 m ima brzinu 4 m/s. Koliki je intenzitet sile?

Dato:
m = 0,5 kg
v = 4 m/s
s = 20 m

Odrediti:
F - ?

Rešenje: Iz jednačine F = ma i $v^2 = 2as$, sledi da je $F = \frac{mv^2}{2s} = 0{,}2N$.

4. Voz mase 10^4 t kreće se brzinom 36 km/h. Pre zaustavljanja on započinje kočenje silom 2 x 10^5 N. Kolko rastojanje pređe voz za 1 min od početka kočenja?

Dato:
m = 10^4 t
v_o = 36 km/h
t = 1 min

Odrediti:
s - ?

Rešenje: Jednačina kretanja voza je $s = v_0 t - \frac{at^2}{2}$. Sila kočenja voza je F = ma, odnosno ubrzanje a = F/m. Zamenom se dobija $s = v_o t - \frac{Ft^2}{2m} = 510m$.

5. Telo mase 100 kg kreće se po horizontalnoj površini pod dejstvom sile 250 N. Odrediti koeficijent trenja, ako se telo kreće sa ubrzanjem 1 m/s^2.

Dato:
m = 10^2 kg
F = 250 N
a = 1 m/s^2

Odrediti:
μ - ?

Rešenje: Jednačina kretanja je $F - F_{tr} = ma \Rightarrow F - \mu mg = ma$. Odavde je $\mu = \frac{F - ma}{mg} = 0{,}1$.

6. Telo mase 2 kg vuče se po horizontalnoj površini pomoću opruge koja se pri kretanju istegne za 2 cm. Krutost opruge je 200 N/m. Odrediti ubrzanje tela.

Dato:
m = 2 kg
k = 200 N/m
s = 2 cm

Odrediti:
a - ?

Rešenje: Kako je ubrzanje tela a = F/m i F_e = -ks, to je $a = \frac{ks}{m} = 2\frac{m}{s^2}$.

7. Voz mase 10^3 t kreće se ravnomerno ubrzano po horizontalnom putu. Kada je voz prešao put 250 m njegova brzina je bila 36 km/h. Sila otpora pri kretanju voza je 6 x 10^{-3} težine voza. Kolika je vučna sila voza?

Dato:
m = 10^3 t
v = 36 km/h
F_{tr} = 6 x 10^{-3} mg

Odrediti:
F - ?

Rešenje:
Jednačina kretanja je ma = F - F_{tr} odakle je F = ma + F_{tr} = 2,6 x 10^5 N.

8. Automobil, mase 1,2 t, započinje kretanje sa ubrzanjem 1 m/s ? . Kolika je vučna sila automobila ako je koeficijent trenja 0,2 ?

Dato:
m = 1,2 t
$a = 1\ m/s^2$
$\mu = 0,2$

Odrediti:
F - ?

Rešenje: Iz jednačine kretanja $ma = F - F_{tr}$ sledi uz $F_{tr} = \mu mg$,

$$F = m(a + \mu g) = 3{,}6 \cdot 10^3\ N.$$

9. Na telo mase 2 kg koje se kreće brzinom 5 m/s u jednom trenutku počinje da deluje sila 6 N u pravcu kretanja tela. Kolika je:
a) brzina kojom će se telo kretati u pravcu dejstva sile posle vremena 2 s,
b) vreme za koje će se telo zaustaviti kada sila ima suprotan smer od smera kretanja?

Dato:
m = 2 kg
$v_o = 5$ m/s
t = 2 s
F = 6 N

Odrediti:
v - ?; t - ?

Rešenje:
a) U slučaju kada se telo kreće ubrzano sa početnom brzinom v_o , jednačina kretanja je

$$F = ma = m\frac{v - v_o}{t},\ \text{odakle je}\ v = \frac{Ft + mv_o}{m} = 11\frac{m}{s}.$$

b) U slučaju kada se telo kreće usporeno i za vreme t njegova krajnja brzina je v = 0, jednačina kretanja biće $F = m\frac{v_o}{t}$, odnosno $t = m\frac{v_o}{F}$ =0,6 s.

10. Bakarna žica dužine 1,5 m i površine po prečnog preseka 3 mm^2 izduži se za 0,9 mm pod dejstvom sile 200 N. Koliki je Jungov modul elastičnosti materijala žice?

Dato:
l = 1,5 m
$\Delta l = 0,9$ mm
$S = 3\ mm^2$
F = 200 N

Odrediti:
E - ?

Rešenje:
Iz Hukovog zakona $\frac{F}{S} = E\frac{\Delta l}{l} \Rightarrow E = \frac{F}{S}\frac{l}{\Delta l} = 11{,}11 \cdot 10^{10}\frac{N}{m^2}$.

11. Za donji deo štapa, čiji gornji deo je pričvršćen, obešen je teg težine 10 kN. Dužina štapa je l = 2 m, a površina poprečnog preseka 3 cm^2. Odrediti napon u štapu, apsolutno i relativno istezanje. Jungov modul elastičnosti je 2 x 10^{11} Pa . Težinu štapa zanemariti.

Dato:
l = 2 m
$E = 2 \times 10^{11}\ N/m^2$

Odrediti:
σ - ?; Δl - ?

S = 3 cm^2; F = 10^4 N

Rešenje: Normalni napon je $\sigma = \frac{F}{S} = \frac{Q}{S} = 3{,}33 \cdot 10^7 Pa$. Iz Hukovog zakona sledi da je apsolutno istezanje $\Delta l = \frac{\sigma l}{E} = 0{,}33 mm$, a relativno istezanje $\frac{\Delta l}{l} = \frac{\sigma}{E} = 1{,}66 \cdot 10^{-4} m$.

12. Telo mase 3 kg kreće se vertikalno naviše pod dejstvom konstantne sile protiv dejstva sile teže, pri čemu na visini 2 m ta sila izvrši rad 144 J. Koliko je ubrzanje sa kojim se telo kreće?

Dato:	Odrediti:
h = 2 m	a - ?
A = 144 J	
m = 3 kg	
g = 9,81 m/s^2	

Rešenje: Iz jednačine kretanja tela $F - Q = ma = F - mg$ sledi da je $F = ma + mg = m(a+g)$. Sila F određuje se iz izraza za rad F=A/h, pa je $a = \frac{A}{mh} - g = 14 \frac{m}{s^2}$.

13. Lokomotiva mase 600 t polazi iz stanja mirovanja i kroz 10 min dostigne brzinu 20 m/s krećući se ravnomerno ubrzano. Koliku snagu razvija lokomotiva?

Dato:	Odrediti:
t = 10 min	P - ?
v = 200 m/s	
m = 600 t	

Rešenje:

Kako je $P = \frac{A}{t} = \frac{Fs}{v} = \frac{mas}{t}$ i v^2 = 2as, to je $P = \frac{mv^2}{2t} = 200 kW$.

14. Kolika je vučna sila motora kamiona mase 4 t u slučaju kada on poveća brzinu od 5 km/h na 72 km/h na putu od 0,5 km?

Dato:	Odrediti:
s = 500 m	F - ?
m = 4 t	
v_o = 54 km/h; v = 72 km/h	

Rešenje:

Iz jednačine A = ΔE_k, tj. $Fs = \frac{m}{2}(v^2 - {v_o}^2) \Rightarrow F = \frac{m}{2s}(v^2 - {v_o}^2) = 0{,}7 kN$.

15. Telo mase 1,5 kg i brzine 2 m/s sudara se neelastično sa telom mase 0,5 kg i brzine 4 m/s. Odrediti brzinu tela posle sudara, kao i gubitak kinetičke energije posle sudara.

Dato:	Odrediti:
m_2 = 0,5 kg	v - ?; ΔE_k
m_1 = 1,5 kg	

v_1 = 2 m/s; v_2 = 4 m/s

Rešenje:
Iz zakona održanja impulsa $m_1v_1 + m_2v_2 = (m_1 + m_2)v$ i zakona održanja energije
$\frac{m_1{v_1}^2}{2} + \frac{m_2{v_2}^2}{2} = (m_1 + m_2)\frac{v^2}{2} + \Delta E_k$, sledi $v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2}$ =2,25 m/s i ΔE_k = 2 J.

16. Lokomotiva vuče voz mase 500 t po horizontalnom putu. Snaga lokomotive je konstantna i jednaka 10^6 W. Ako je koeficijent trenja 0,01, naći ubrzanje voza u momentu kada je njegova brzina 36 km/h.

Dato:
m = 500 t
P = 10^6 W
μ = 0,01
v = 36 km/h

Odrediti:
a - ?

Rešenje:
Iz jednačine kretanja $F - \mu mg = ma \Rightarrow F = ma + \mu mg \Rightarrow a = \frac{F - \mu mg}{m}$
Kako je P = Fv, tj. F=P/v, to je $a = \frac{P}{mv} - \mu g = 0{,}1\frac{m}{s^2}$.

17. Na horizontalnom delu puta dužine 3 km brzina automobila uveća se sa 36 km/h na 72 km/h. Ako je masa automobila 3 t a koeficijent trenja 0,01, odrediti izvršeni rad motora i njegovu srednju snagu.

Dato:
m = 3 t
s = 3 km
v_1 = 36 km/h; v_2 = 72 km/h
μ = 0,01

Odrediti:
A - ?; P - ?

Rešenje:
Motor automobila izvrši rad protiv sile trenja i rad na povećanju kinetičke energije:
$A = F_{tr}s + (\frac{m\,{v_2}^2}{2} - \frac{m\,{v_1}^2}{2})$. Kako je $F_{tr} = \mu mg$, to je
$A = m\left[\mu gs + \left(\frac{{v_2}^2}{2} - \frac{{v_1}^2}{2}\right)\right]$=1,3 x 10^6 J. Srednja snaga je $P_{sr} = Fv_{sr}$. Kako je F = A/s i $v_{sr} = (v_1 + v_2)/2$, to je $P = \frac{A}{2s}(v_1 + v_2)$ = 6,5 kW.

18. Vučna sila lokomotive je 250 kN, a snaga 3000 kW. Za koje vreme voz pređe rastojanje 10,8 km, ako se on kreće ravnomerno?

Dato:
F = 250 kN
s = 10,8 km
P = 3000 kW

Odrediti:
t - ?

Rešenje:

Iz izraza za snagu $P = \frac{A}{t} = \frac{Fs}{t} \Rightarrow t = \frac{Fs}{P} = 900s = 15\min$.

19. Telo mase 10 kg podignuto je na visini 2 m, pri čemu je izvršen rad od 240 J . Sa kojim ubrzanjem je podignuto telo?

Dato:
m = 10 kg
h = 2 m
A = 240 J

Odrediti:
a - ?

Rešenje:

Kako je izvršeni rad $A = mgh + \frac{mv^2}{2}$, to je, uz $v^2 = 2ah$, $A = mgh + mah \Rightarrow a = \frac{A - mgh}{mh} = 2{,}19\frac{m}{s^2}$.

20. Dve kugle masa 0,3 kg i 0,2 kg kreću se jedna drugoj u susret. Brzina prve kugle 5 m/s a druge 2,5 m/s. Smatrati sudar neelastičnim, odrediti gubitak energije pri sudaru.

Dato:
m_1 = 0,3 kg
m_2 = 0,2 kg
v_1 = 5 m/s; v_2 = 2,5 m/s

Odrediti:
ΔE_k - ?

Rešenje:

Zajednička brzina oba tela posle sudara je $v = \frac{m_1v_1 + m_2v_2}{m_1 + m_2} = 4\frac{m}{s}$.

a gubitak energije $\Delta E_k = \frac{m_1{v_1}^2}{2} + \frac{m_2{v_2}^2}{2} - \frac{(m_1 + m_2)}{2}v^2 = 0{,}375J$.

21. Elevator podiže 180 t zemlje na visinu 6 m u toku 1 h. Snaga motora elevatora je 4 kW. Odrediti koeficijent iskorišćenja.

Dato:
m = 180 t
h = 6 m
P = 4 kW
t = 1 h

Odrediti:
η - ?

Rešenje:

Stepn iskorišćenja motora je $\eta = \frac{P_k}{P} = \frac{mgh}{P} = 76\%$.

22. Voz u metrou kreće se među stanicama konstatnom brzinom 60 km/h, pri čemu njegov motor koristi snagu 1 MW. Čemu je jednaka sila otpora pri kretanju ako je koeficijent iskorišćenja motora 80%

Dato: Odrediti:

v = 60 km/h

P_k = 1 MW

η = 0,8

F - ?

Rešenje: Kako je $P_k = \eta P = \eta F v \Rightarrow F = \frac{P_k}{\eta v} = 48kN$.

23. Telo mase 2 kg pada sa visine 100 m početnom brzinom 4 m/s i pri udaru u zemlju zabije se u nju do dubine 0,2 m. Kolika je srednja sila otpora zemlje? (Otpor vazduha zanemariti)

Dato:

v_0 = 4 m/s

h = 100 m

s = 0,2 m

Odrediti:

F - ?

Rešenje:

Kako je izvršeni rad jednak ukupnoj energiji tela u trenutku udara o Zemlju, to je:

$$Fs = mgh + \frac{mv^2}{2} \Rightarrow F = \frac{mgh}{s} + \frac{mv_o^2}{2s} \approx 10kN .$$

24. Kugla mase 2 kg kotrlja se po horizontalnoj površini brzinom 5 m/s. Koliko je ukupna energija kugle? Moment inercije kugle je I = $2mr^2/5$

Dato:

v = 5 m/s

m = 2 kg

I = $2mr^2/5$

Odrediti:

E - ?

Rešenje:

Kako je ukupna energija kugle $E = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2} = \frac{mv^2}{2} + \frac{2mv^2}{10} = 35J$.

25. Homogeni disk mase 2 kg i poluprečnika 10 cm rotira oko svoje ose s frekvencijom 5 ob/s. Kolikom tangencijalnom silom treba delovati na obodu točka da bi se on zaustavio za 3 s? Moment inercije diska je I= $mr^2/2$.

Dato:

r = 10 cm

m = 2 kg

I = $mr^2/2$

t = 3 s

ν = 5 ob/s

Odrediti:

F - ?

Rešenje:

Iz jednačine $M = F_t r = I\alpha \Rightarrow F_t r = \frac{mr^2\alpha}{2}$, odnosno $F = \frac{mr\alpha}{2}$. Kako je

$\omega = \omega_o - \alpha t \Rightarrow \alpha = \frac{2\pi\nu}{t}$ uz uslov $\omega_0 = 0$. Zamenom se dobija da je $F_t = \frac{\pi m r \nu}{t} = 1{,}05N$.

26. Osovina motora automobila vrši pri rotaciji 3600 ob/min. Koliku snagu prenosi osovina na motor ako je moment sila koji dejstvuje na nju 20 Nm ? Trenje zanemariti. Kolika je kinetička energija osovine za jedan puni obrt?

Dato:

M = 20 Nm
n = 3600 ob/s

Odrediti:
E_k - ?; P - ?

Rešenje:

$P = M\omega = 2\pi n\omega = 2{,}4\pi 10^3 W$. Kinetička energija je $E_k = \frac{I\omega^2}{2} = \frac{M\omega^2}{2\alpha} = \frac{P}{2n} = 62{,}8J$.

27. Homogena lopta mase 5 kg puštena je da se kotrlja po horizontalnoj ravni brzinom 2 m/s. Koliki put će preći lopta do zaustavljanja ako je sila trenja 5 N ? Moment inercije lopte je $I = 2mr^2/5$.

Dato:
v = 2 m/s
m = 5 kg
$I = 2mr^2/5$
F_t = 5 N

Odrediti:
s - ?

Rešenje:
Kako je izvršeni rad protiv sile trenja jednak ukupnoj energiji

$Fs = \frac{mv^2}{2} + \frac{I\omega^2}{2}$, to je $s = \frac{1}{2F_t}\left(mv^2 + I\omega^2\right) = \frac{3mv^2}{F_t} = 3m$.

28. Metak leti brzinom v_0 i probija dasku debljine d = 3 cm i produžava brzinom $v_1 = 0{,}8\ v_0$. Koliku maksimalnu debljinu daske može proboti metak sa početnom brzinom v_0. Sila otpora daske je nepromenjena.

Dato:
$v_1 = 0{,}8\ v_o$
d = 3 cm

Odrediti:
d_{max} - ?

Rešenje:
Kinetička energija metka jednaka je uzvršenom radu na putu d i kinetičkoj energiji izlaznog metka brzine 0,8 v_o. $\frac{mv_o^2}{2} = Fd + \frac{0{,}64mv_o^2}{2} \Rightarrow Fd = 0{,}32\frac{mv_o^2}{2}$

Izlazni metak sa brzinom 0,8 v_o probio bi dasku debljine d_1 pa je

$Fd_1 = 0{,}64\frac{mv_o^2}{2}$. Deljenjem ovih jednačina dobija se $d_1 = 2d = 7{,}2cm$.

Maksimalna debljina daske koju može probiti metak brzinom v_o je
$d_{max} = d + d_1 = 10{,}8cm$.

29. Telo je bačeno po horizontalnoj površini brzinom 36 km/h. Posle predjenog puta od 20 m telo se zaustavilo. Koliki je koeficijenat trenja klizanja?

Dato:
v = 36 km/h
s = 20 m

Odrediti:
μ - ?

Rešenje: Rad sile trenja jednak je promeni kinetičke energije $F_{tr}s = \frac{mv_o^2}{2} \Rightarrow \mu mgs = \frac{mv_o^2}{2}$. Iz ovog izraza sledi $\mu = \frac{v_o^2}{2gs} = 0{,}25$.

30. Projektil, koji se kreće brzinom v, zarije se u džak sa peskom na dubini 10 cm. Na kojoj dubini u pesku će se zariti isti projektil ako ima dva puta veću brzinu? Sila otpora je konstantna.

Dato:
$v_2 = 2v_1$
s = 10 m

Odrediti:
v_2 - ?

Rešenje: Rad sile trenja u oba slučaja jednak je kinetičkoj energiji metka:
$F_{tr}s_1 = \frac{mv_1^2}{2}$ i $F_{tr}s_2 = \frac{mv_2^2}{2}$. Deljenjem ovih jednačina dobija se
$s_2 = \frac{s_1 v_1^2}{v_2^2} = 0{,}4m$.

ZADACI ZA SAMOSTALNI RAD

1. Čovek mase 70 kg nalazi se u liftu koji se kreće ravnomerno usporeno vertikalno naviše sa ubrzanjem 1 m/s^2. Nadji silu pritiska (inercijalnu silu) čoveka na pod lifta (Rez: 616 N).

2. Telo mase 20 g pođe iz mira i za vreme 4 s predje put od 8 m. Koliki je intenzitet sile koja dejstvuje na telo? (Rez: 5 mN).

3. Pad dejstvom konstantne sile 1,2 x 10^{-2} N materijalna tačka je prešla put 30 m za prvih 10 s. Odrediti masu materijalne tačke. (Rez: 0,02 kg).

4. Dva tela jednakih masa kreću se s ubrzanjima 8 x10 ^{2} m/s^2 i 64 x10^{-2} m/s^2 . Kolika je sila koja dejstvuje na drugo telo, ako na prvo telo dejstvuje sila 12 N ? (Rez: 96 N).

5. Vagon mase 11 t kreće se brzinom 18 km/h. Kolika mora biti sila kočenja da bi se on zaustavio na rastojanju 250 m od mesta početka kočenja? (Rez: 550 N).

6. Koliki je impuls p gvozdene kugle poluprečnika 10 cm kada se kreće brzinom 0,6 m/s. Gustina gvoždja je 7,8 x 10^3 kg/m^3). (Rez: 19,8 kgm/s).

7. Automobil mase 10^3 kg, krećući se jednako ubrzano, pređe put 30 m za 3 s. Koliku snaga razvija motor automobila? (Rez: 66 kW).

8. Telo mase 1,5 kg i brzine 2 m/s sudara se neelastično sa nepokretnim telom mase 0,5 kg. Kolika je brzina tela posle sudara i gubitk kinetičke energije? (Rez: 1,5 m/s; 0,75 J).

9. Kolika je snaga motora automobila mase 800 kg koji za 4 s saopšti motoru brzinu 3,6 km/s ? (Rez: 10 kW).

10. Odrediti rad sile pri sabijanju opruge za 0,05 m Krutost opruge je 3×10^6 N/m. (Rez: 3,75 kJ).

11. Granata leti po horizontalnoj putanji brzinom 10 m/s i u jednom trenutku raspada se na dva dela sa masama 0,5 kg i 1,5 kg. Veći komad je nastavio da se kreće u istom smeru sa brzinom 15 m/s. Odrediti brzinu i smer kretanja manjeg komada. (Rez: - 5 m/s).

12. Fudbalska lopta mase 400 g leti brzinom v i zaustavi se izvršenim radom od 20 J. Kolika je bila brzina lopte? (Trenje zanemariti). (Rez: 10 m/s).

13. Koliki rad treba izvršiti da bi se podigao kamen mase 10 kg na visinu 10 m s ubrzanjem 0,5 m/s^2 (Rez: $3,1 \times 10^3$ J).
14. Fudbalska lopta mase 0,4 kg slobodno pada na zemlju sa visine 6 m i posle udara podigne se na visinu 2,4 m. Koliku energiju izgubi lopta pri udaru u zemlju. (Rez: 14,7 J).

15. Valjak mase 3 kg kotrlja se po horizontalnoj površini brzinom 2 m/s. Koliko je ukupna energija valjka? Moment inercije valjka je $I = 2mr^2/5$. Rez: 9 J).

16. Koliki je izvršeni rad osovine pri obrtanju oko svoje ose frekvencijom 5 obr/s pri dejstvu momente sile 40 Nm. (Rez: $1,25 \times 10^3$ J).

17. Metalni disk mase 5 kg i poluprečnika 0,2 cm rotira konstantnom ugaonom brzinom 10 rad/s. Odrediti moment impulsa diska i njegovu kinetičku energiju ako je moment inercije $I = mr^2/2$. (Rez: 5 J).

18. Telo je bačeno vertikalno naviše početnom brzinom 8 m/s. Na kojoj visini h je njegova kinetička energija jednaka potencijalnoj energiji? (Rez: 1,6 m).

19. Kolika je snaga motora automobila mase 8×10^2 kg koji krene iz stanja mirovanja i za vreme 5 s dostigne brzinu 54 km/h ? Trenje zanemariti. (Rez: 18 kW).

20. Telo mase 2 kg pada sa visine 150 m početnom brzinom 36 km/h i zarije se u zemlju do dubine 0,5 m. Kolika je srednja sila otpora zemlje. (Rez: 6,2 kN).

3. OSNOVNE INTERAKCIJE U PRIRODI

Gravitaciono i elektrostatičko polje

Tačkaste mase m_1 i m_2 ili sferna tela, čiji centri su na rastojanju r, uzajamno se provlače silom F čiji je intenzitet prema Njutnovom zakonu opšte gravitacije upravo proporcionalan proizvodu tih masa a obrnuto srazmerna kvadratu njihovog rastojanja

$$F = \gamma \frac{m_1 m_2}{r^2},$$

gde je $\gamma = 6{,}67 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2 univerzalna gravitaciona konstanta.
Sila privlačenja između Zemlje mase M i poluprečnika R i tela mase m na Zemljinoj površini je $mg = \gamma \frac{mM}{R^2}$, odakle je, za M = 5,97 x 10^{24} kg i R = 6,37 x 10^6 m, g = 9,81 m/s^2, što predstavlja intenzitet gravitacionog polja Zemlje ili Zemljino gravitaciono ubrzanje.
Na visini h, zemljino ubrzanje je $g_h = \gamma \frac{M}{(R+h)^2}$.
Ako se telo mase m premešta u gravitacionom polju Zemlje iz jedne tačke prostora u drugu izvrši se rad protiv gravitacione sile

$$A = \gamma m M \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \gamma m M \frac{1}{r_1} - \gamma m M \frac{1}{r_2} = E_{P_1} - E_{P_2} = \Delta E_P,$$

gde su r_1 i r_2 rastojanja tih tačaka od središta Zemlje. Veličina γmM/r je gravitaciona potencijalna energija u datoj tački polje. Izvršeni rad je, dakle, jednak promeni potencijalne energije.
Veličina $\frac{A}{m} = \gamma M \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right) = \gamma M \frac{1}{r_1} - \gamma M \frac{1}{r_2} = \varphi_1 - \varphi_2 = U$ predstavlja razliku potencijala, jer je φ = γM/r gravitacioni potencijal u datoj tački polja.
Izvršeni rad se, stoga, može definisati i kao $A = m(\varphi_1 - \varphi_{21}) = mU$.
Bilo koja dva tačkasta naelektrisanja q_1 i q_2 ili naelektrisana sferna tela, čiji centri su na rastojanju r, uzajamno se privlače ili odbijaju silom čiji intenzitet je po Kulonovom zakonu upravo proporcionalna proizvodu tih naelektrisanja a obrnuto proporcionalna kvadratu njihovog rastojanja

$$F = k \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

gde je k = 9 x 10^9 Nm^2/C^2 elektriostatička konstanta, a ε_o = 8,85 x 10^{-12} C^2/Nm^2 dielektrično propustljivost vakuuma (ili vazduha). Kulonova sila može biti privlačna ili odbojna, što zavisi od vrste naelektrisanja.
Za slučaj, da se naelektrisanja nalaze u nekoj drugoj sredini, čija je retativna dielektrično propustljivost ε_r tada je sila uzajamnog dejstva

$$F = k' \frac{q_1 q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \frac{q_1 q_2}{r^2},$$

gde je $\varepsilon = \varepsilon_o \varepsilon_r$ apsolutna dielektrična propustljivost sredine.
Jačina električnog polja je odnos iz sile polje F i naelektrisanja q koje se nađe u tom polju $E = \frac{F}{q_0} = k\frac{q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}$,

gde je q naelektrisanje koje stvara polje. Jačina polja je vektorska veličina $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}$, odnosno $\vec{F} = q\vec{E}$.
Jedinica jačine polja je N/C.

Ako polje stvaraju više tačkastih naelektisanja, tada je jačina polja jednaka vektorskom zbiru jačina polja svakog od tih naelektrisanja.

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \ldots + \vec{E}_n = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i \ .$$

Ako se naelektrisanje q_0 pomera u električnom polju naelektrisanja q (izvor polja) iz jedne tačke polja u drugu, izvršeni rad protiv sile polja jednak je promeni potencijalne energije $A = kq_0q(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}) = E_{P_1} - E_{P_2} = \Delta E_P$,

gde su r_1 i r_2 rastojanja tih tačaka od izvora polja.

Veličina $E_P = k\frac{qq_0}{r}$ je potencijalna energija polja u datoj tački.

Odnos $\frac{A}{q_0} = U$ predstavlja napon ili razliku potencijala, $\varphi_1 - \varphi_2 = U$.

Potencijal polja $\varphi = k\frac{q}{r}$ je skalarna veličina. Jedinica potencijala je volt (V).Veza između jačine polja E i razlike potencijala U između dve tačke na rastojanju d (ili između obloga pločastog kondenzatora) je

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{d} = \frac{U}{d} \Rightarrow U = Ed$$

Kapacitet usamljenog provodnika definiše se kao odnos iz njegovog naelektrisanja q i potencijala φ (razlike potencijala U) $C = \frac{q}{\varphi} = \frac{q}{\varphi_1 - \varphi_2} = \frac{q}{U}$

Kapacitete sfernog provodnika poluprečnika r je $C = 4\pi\varepsilon\varepsilon_r r$, a kapacitet pločastog kondenzatora površine S i rastojanja d između ploča

$$C = \varepsilon\varepsilon_r \frac{S}{d} \ .$$

Jedninica kapaciteta je farad (F)
Ukupni kapacitet za n redno vezanih kondenzatora kapaciteta $C_1, C_2, C_3 \ldots C_n$
je $\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{C_i} = \frac{1}{C_i} + \frac{1}{C_2} + ... + \frac{1}{C_n}$.

Za rednu vezu kondenzatora, naelektrisanje q je isto za sve kondenzatore, a napon baterije U jednak je zbiru napona na krajevima svih kondenzatora; $U = U_1 + U_2 + \ldots + U_n$.
Za paralelnu vezu n kondenzatora napon U je isti za sve kondenzatore, a naelektrisanje baterije kondenzatora q jednako je zbiru naelektrisanja svakog od kondenzatora $q = q_1 + q_2 + \ldots + q_n$.
Ukupni kapacitet baterije paralelno vezanih kondenzatora je $C = C_1 + C_2 + \ldots + C_n$.

Elektrostatička energija naelektrisanog tela (provodnika) je $W = \frac{1}{2}q\varphi = \frac{1}{2}C\varphi^2 = \frac{q^2}{2C}$.

Električna struja

Usmereno kretanje naelektrisanja predstavlja električnu struju. U metalima to su elektroni, a u elektrolitima i gasovima pozitivni i negativni joni.
Količina naelektrisanja q koja protekne kroz poprečni presek provodnika u jedinici vremena t predstavlja jačinu struje $I = \frac{q}{t} \Rightarrow q = It$.
Izražava se jedinicom amper (1A = 1C/1s).

Gustina struje j izražava se odnosom jačine struje I i površinom poprečnog preseka provodnika S, koja je normalna na pravac kretanja naelektrisanja $j = \frac{I}{S} \Rightarrow I = jS$

Jedinica gustine struje je A/m^2.
Jačina struje se može izraziti i preko broja slobodnih elektrona n naelektrisanja e
(e = 1,602 x 10^{-19} C) koji proteknu kroz površinu S srednjom brzinom v,

$$I = neSv .$$

Omov zakon za deo električnog kola daje vezu između jačine struje I, napona U i otpora provodnika R: $I = \frac{U}{R}; U = IR; R = \frac{U}{I}$.
Električni otpor izražava se jedinicom om (Ω).
Za cilindrični provodnik dužine l i površine preseka S , otpor provodnika je

$$R = \rho \frac{l}{S} .$$

gde je ρ specifični otpor (Ωm).
Otpor provodnika R, kao i specifični otpor, zavisi od temperature. Ta zavisnost data je $R = R_0(1+\alpha t)$, odnosno $\rho = \rho_0(1+\alpha t)$.
gde su R_0 i ρ_0 vrednosti otpora i specifičnog otpora na 0 ºC (273 K), a α je temperatuski koeficijent otpora.
Ako su provodnici otpora R_1, R_2, ... R_n vezani redno, tada je I = const;

$$U = U_1 + U_2 + U_3 + \ldots U_n = \sum_{i=1}^{n} U_i \text{ a } R = R_1 + R_2 + R_3 + \ldots R_n = \sum_{i=1}^{n} R_i .$$

Za paralelnu vezu je $I = I_1 + I_2 + I_3 + \ldots I_n = \sum_{i=1}^{n} I_i$, U = const, a otpor

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \ldots + \frac{1}{R_n} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{R_i} .$$

Omov zakon za zatvoreno prosto strujno kolo se izvorom struje elektromoforne sile ε je $I = \frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow \varepsilon = I(R+r)$,
gde je r unutrašnji otpor izvora struje a R ukupni spoljašnji otpor .

Za rednu vezu izvora struje je $\varepsilon = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i$, $r = \sum_{i=1}^{n} r_i$ i $I = \frac{\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i}{R + \sum_{i=1}^{n} r_i}$.

Za paralelnu vezu je $\frac{\varepsilon}{r} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\varepsilon_i}{r_i}$; $\frac{1}{r} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{r_i}$; $I = \frac{\varepsilon}{R + \frac{r}{n}}$.

Za složeno (razgranato) električno kolo primenju se Kirhohova pravila.
Algebarski zbir struje u čvoru jednak je nuli (I Kirhofovo pravilo)

$$\sum_{i=1}^{n} I_i = 0 ,$$

odnosno zbir struja koje utiču u čvor jednak je zbiru struja koje ističu
U svakoj proizvoljno zatvorenoj strujnoj konturi razgranatog kola algearski zbir padova napona jednak je algebarskom zbiru elektromotornih sila. (II Kirhovo pravilo) $\sum_{i=1}^{n} I_i R_i = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i$.

Rad električnog polja (sile polja) pri premeštaju količine naelektrisanja q u delu kola je

$$A = qU = UIt = I^2Rt = \frac{U^2t}{R},$$

gde je U napon na krajevima dela kola, I jačina struje, t vreme proticanja struje.

Koeficijent korisnog dejstva izvora struje je $\eta = \frac{A_k}{A} = \frac{U}{\varepsilon} = \frac{R}{R+r}$,

gde je A_k koristan rad, A ukupan rad.

Snaga struje u spoljašnjem delu kola je $P = UI = I^2R = \frac{U^2}{R}$,

a snaga koju razvija izvor struje (ukupna snaga) $P = \varepsilon I = I^2(R+r) = \frac{\varepsilon^2}{R+r}$.

Korisna snaga je $P_k = I^2R$. Koeficijent korisnog dejstva izvora struje je

$$\eta = \frac{P_k}{P} = \frac{R}{R+r}.$$

Po zakonu održanja energije biće prema Džul-Lencovom zakonu

$$\Delta W = Q = I^2Rt = UIt$$

gde je Q oslobođena toplota u provodniku.

Ako električna struja protiče kroz elektrolit, to se na svakoj elektrodi izdvoji, saglasno I Faradejevom zakonu, masa supstance m koja je proporcionalna naelektrisanju Q koje protekne kroz elektrolit $m = kQ = kIt$,

gde je k - eleltrohemijski ekvivalent.

Elektrofemijski ekvivalent, saglasno II Faradejevom zakonu, proporcionalan je hemijskom ekvivalentu $k = \frac{1}{F}\frac{A}{z}$,

gde je A - atomska masa supstance, n njena valentnost a F - Faradejev broj
F = 96500 C/mol.

Elektromagnetizam

Električna struja (pokretna naelektrisanja) u okolinom prostoru stvara magnetno polje. Magnetno polje karakteriše se vektorskom veličinom **B** koja se naziva indukcija magnetnog polja. Indukcija polja zavisi od jačine struje koja stvara polje i sredine u kojoj se razvija to polje. Indukcija polja izražava se jedincom tesla (T).

Na pravolinijski provodnik dužine l, po kome teče struja I deluje, shodno Amperovom zakonu, homogeno magnetno polje indukcije B silom $F = IBl\sin\alpha$,

gde je α ugao između pravca struje i linije indukcije magnetnog polja, Za slučaj $\alpha = 90^\circ$; $F = IBl$.

Ako se naeletrisanje q kreće brzinom v u homogenom magnetnom polju indukcije B, na njega dejstvuje Lorencova sila $F_L = qvB\sin\alpha$,

gde je za $\alpha = 90^\circ$ $F = qvB$.

Jačina magnetnog polja izražava se vektorom **H**, koji je $\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} \Rightarrow \vec{B} = \mu_0\vec{H}$,

gde je μ_0 magnetna propustljivost vakuuma i iznosi $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\frac{N}{A^2}$. Ako se polje razvija u nekoj drugoj sredini, čija relativna magnetna propustljivost je μ_r, biće $\vec{B} = \mu_0\mu_r\vec{H}$ .Indukcija magnetnog polja beskonačno dugačkog provolinijskog provodnika, po kome teče struja I na rastojanju r od provodnika, shodno Laplasovom zakonu je $B = \mu_0\mu_r\frac{I}{r}$.

Indukcija polja u centru solenoida, dužine l i n namotaja, po kome teče struja I, je $B = \mu_0 \mu_r n \frac{I}{l}$.

gde je n = N/l broj namotaja po jedinici dužine.
Fluks vektora indukcije homogenog magnetnog polja B kroz ravnu površinu S polja je Φ = BScosα., gde je α ugao između vektora B i normale na površinu S. Magnetni fluks izražava se jedinicom veber (1Wb = 1Tm^2).
Ako promenljivi magnetni fluks prolazi kroz neku zatvorenu konturu, u kojoj nastaje indukaciona ems, to je po Faradejevom zakonu indukcije, indukovana ems u zatvorenoj konturi proporcionalna je brzini promene fluksa kroz tu površinu ograničenu tom konturom
$E_i = -\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} .... E_i = -n\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$, gde je n broj namotaja.
Elektromotorna sila samoindukcije koja nastaje u samom kolu pri izmeni sopstvenog fluksa (jačine struje) je $E_s = -L\frac{\Delta I}{\Delta t}$, gde je L koeficijent samoindukcije. Jedinica za L je henri (H).

REŠENI ZADACI

1. Odrediti ubrzanje slobodnog padanja tela koje se nalazi na visini 100 km od površine Zemlje. Poluprečnik Zemlje je 6378 km.

Dato:
h = 100 km
R = 6378 km
g_0 = 9,81 m/s^2

Odrediti:
g_h - ?

Rešenje: Na visini h sila težine tela jednaka je gravitacionoj sili kojom Zemlja privlači telo $mg_h = \gamma\frac{mM}{(R+h)^2}$, odakle je $g_h = \gamma\frac{M}{(R+h)^2}$. Kada je telo na površini Zemlje tada je $g_0 = \gamma\frac{M}{R^2}$. Iz odnosa g_h/g_0 sledi $g_h = g_0\frac{R^2}{(R+h)^2} = 9{,}65\frac{m}{s^2}$.

2. Srednja visina veštačkog satelita iznad površine Zemlje je 1622 km. Odrediti njegovu brzinu i period obrtanja. Poluprečnik Zemlje je 6378 km.

Dato:
h = 1622 km
R = 6378 km
g_0 = 9,81 m/s^2

Odrediti:
v - ?; T - ?

Rešenje: Iz jednakosti gravitacione i centrifugalne sile
$\gamma\frac{Mm}{(R+h)^2} = \frac{mv^2}{R+h} \Rightarrow v^2 = \gamma\frac{M}{(R+h)} = \gamma\frac{M}{(R+h)^2}\frac{R^2}{R^2} = g_0\frac{R^2}{R+h}$, pa je

$v = R\sqrt{\frac{g}{R+h}} = 7{,}65\cdot 10^3\frac{m}{s}$. Period rotacije je $T = \frac{2\pi(R+h)}{v}$ = 5,75 x 10^3 s.

3. Na kojoj visini iznad Zemlje ubrzanje g_h je dva puta manje od vrednosti ubrzanja na površini Zemlje? Poluprečnik Zemlje je 6378 km

Dato:
$g_h = g_0/2$
R = 6378 km
$g_0 = 9,81$ m/s^2

Odrediti:
h - ?

Rešenje: Iz jednakosti $g_h = g_0 \dfrac{R^2}{(R+h)^2} \Rightarrow \dfrac{g_h}{g_0} = \dfrac{R^2}{(R+h)^2}$. Iz uslova da je $g_h = g_0/2$, sledi $(R+h)^2 = 2R^2 \Rightarrow h = R(\sqrt{2}-1) = 0{,}41R$.

4. Na kojoj tački iznad Zemlje su privlačne sile Zemlje i Meseca jednake? Rastojanje između Zemlje i Meseca je 60 R, a masa Meseca je 100 puta manja od mase Zemlje.

Dato:
d = 60 R
R = 6378 km
M=100m

Odrediti:
x - ?

Rešenje: U tački koja je na rastojanju x gravitaciona sila Zemlje je $F_Z = \gamma \dfrac{m_1 M}{x^2}$, a privlačna sila Meseca u toj tački je $F_m = \gamma \dfrac{m_1 m}{(d-x)^2}$. Iz uslova da je $F_Z = F_m$, sledi $\dfrac{100m}{x^2} = \dfrac{m}{(d-x)^2}$ odnosno $100(d-x)^2 = x^2 \Rightarrow x = 54{,}5R$.

5. Period obrtanje Zemlje oko Sunca je 365 dana, rastojanje između Zemlje i Sunca je $1{,}5 \mathrm{x} 10^8$ km. Odrediti masu Sunca. Gravitaciona konstanta je $\gamma = 6{,}67 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2

Dato:
d = $5 \mathrm{x} 10^8$ km
T = 365 dana

Odrediti:
M - ?

Rešenje: Iz jednakosti gravitacione i centrifugalne sile $\gamma \dfrac{Mm}{d^2} = \dfrac{mv^2}{d} \Rightarrow M = \dfrac{v^2 d}{\gamma} = \dfrac{(2\pi d)^2}{T^2}\dfrac{d}{\gamma} = 8 \cdot 10^{30} kg$.

6. Ako se Mesec okreće oko Zemlje brzinom 1 km/s, odrediti rastojanje između Zemlje i Meseca. Masa Zemlje je 6×10^{24} kg, a gravitaciona konstanta $\gamma = 6{,}67 \times 10^{-11}$ Nm^2/kg^2.

Dato:
v = 1 km/s
M = 6×10^{24} kg

Odrediti:
d - ?

Rešenje: Iz jednakosti gravitacione i centrifugalne sile $\gamma \dfrac{Mm}{d^2} = \dfrac{mv^2}{d} \Rightarrow d = \dfrac{\gamma M}{v^2} = 3{,}84 \cdot 10^5 kg$.

7. Sateliti izvrši 16 obrta oko Zemlje za vreme jednog obrta Zemlje oko svoje ose. Odrediti period, visinu i brzinu satelita ako je njegova orbita kružnog oblika.

Dato:
$\nu = 16$ obrta/dan
R = 6378 km

Odrediti:
T - ?; h - ?; v - ?

Rešenje: Period rotacije je T=1/ν = 5,4 x 10^3 s. Visina h dobija se iz izraza

$$g_h = \gamma \frac{M}{(R+h)^2} \Rightarrow h = \sqrt{\frac{\gamma M}{g_h}} - R = 2{,}651 \cdot 10^5 m$$. Brzina satelita je

$$v = \frac{2\pi(R+h)}{T} = 7{,}7 \cdot 10^3 s$$.

8. Kolikom privlačnom silom deluje Zemlja na telo mase 10 kg koje se nalazi na zemljinoj površini? Uporediti vrednost te sile sa vrednošću težine tela.

Dato:
m = 10 kg
R = 6378 km

Odrediti:
F - ?

Rešenje: Sila privlačenja po Njutnovom zakonu je $F = \gamma \frac{m_1 m_2}{R^2}$ =100N.

Pošto je Q = mg = 100 N, to je F/Q = 1.

9. Kolikim naelektrisanjem treba naelektrisati dve kuglice mase od 1 g da bi njihova odbojna sila bila jednaka privlačnoj gravitacionoj sili? Kuglice se nalaze u vazduhu.

Dato:
m = m_1 = m_2
γ = 6,67 x 10^{-11} Nm^2/kg^2
k = 9 x 10^9 Nm^2/C^2

Odrediti:
q - ?

Rešenje: Iz uslova jednakosti gravitacione sile i elektrostatičke sile F_E = F_G, sledi da je

$$\gamma \frac{m^2}{r^2} = k \frac{q^2}{r^2} \Rightarrow q = m\sqrt{\frac{\gamma}{k}} = 8{,}6 \cdot 10^{-14} C$$.

10. Odrediti silu uzajamnog odbijanja između dve kugle poluprečnika 1 cm naelektrisane do potencijala 600 V i postavljene u vazduhu. Rastojanje između njihovih centara je 20 cm.

Dato:
φ = 600 V
k = 9 x 10^9 Nm^2/C^2
d = 20 cm

Odrediti:
F - ?

Rešenje: Sila odboijanja po Kulonovom zakonu je $F = k\frac{q^2}{d^2}$, a potencijal $\varphi = k\frac{q}{r}$. Kako je $q = \frac{\varphi r}{k}$, to je $F = \frac{\varphi^2 r^2}{d^2 k} = 10^{-7} N$.

11. Dva naelektrisanja 4 x 10^{-8} C i 2,5 x 10^{-8} C nalaze se u vazduhu na rastojanju 1 m. jedno od drugog. Koliki rad treba izvršiti da se ta naelektrisanja približe na rastojanje 0,2 m?

Dato:
q_1 = 4 x 10^{-8} C; q_2 = 2,5 x 10^{-8} C
k = 9 x 10^9 Nm^2/C^2
r_1 = 1 m
r_2 = 0,2 m

Odrediti:
A - ?

Rešenje: Ako se naelektrisanje q_1 pomeri ka naelektrisanju q_2 do rastojanja r_2 izvrši se rad $A = kq_1q_2(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}) = -3{,}6 \cdot 10^{-5} J$. Rad se vrši protiv odbojne sile.

12. Koliki rad treba utrošiti da bi se telo mase 10 kg udaljilo sa površine Zemlje u beskonačnost?

Dato:
m = 10 kg
γ = 6,67 x 10^{-11} Nm^2/kg^2
R = 6378 km
M = 6 x 10^{24} kg

Odrediti:
A - ?

Rešenje: Izvršeni rad, uz r $\rightarrow \propto$, je $A = \gamma mM(\frac{1}{R} - \frac{1}{r}) = g_0 mR = 625MJ$.

13. Dve naelektrisane kuglice nalaze se u vakumu na rastojanju 0,3 m i uzajamno dejstvuju silom 30 N. Naelektrisanje jedne kuglice je tri puta veće od druge. Odrediti vrednosti tih naelektrisanja.

Dato:
$q_1 = 3q_2$
k = 9 x 10^9 Nm^2/C^2
r = 0,3 m
F = 30 N

Odrediti:
q_1 - ?; q_2 - ?

Rešenje: Iz Kulonovog zakona $F = k\frac{q_1q_2}{r^2} = k\frac{q_1^2}{3r^2} \Rightarrow q_1 = r\sqrt{\frac{3F}{k}} = 3 \cdot 10^{-5} C$. $q_2 = q_1/3 = 10^{-5}$ C.

14. Čestica prašine mase 10^{-9} kg i naelektrisanja koje je pet puta veće od naelektrisanja elektrona, prešla je u vakuumu rastojanje između dve tačke čija razlika potencijala je 3 x 10^6 V. Koliku brzinu je dobila ta čestica?

Dato:
q = 5 x 1,6 x 10^{-19} C;
k = 9 x 10^9 Nm^2/C^2
U = 3 MV

Odrediti:
v - ?

Rešenje: Kako je rad električne sile jednak promeni kinetičke energije

$$qU = \frac{mv^2}{2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2qU}{m}} = 7 \cdot 10^{-2} \frac{m}{s}$$

15. Tri kondenzatora kapaciteta 1, 2 i 3 μF spojeni su redno i priključeni na strujni izvor napona 220 V. Koliko je naelektrisanje baterije kondenzatora i naponi na svakom od kondenzatora?

Dato:
C_1 = 1 x 10^{-6} F; C_2 = 2 x 10^{-6} F
C_3 = 3 x 10^{-6} F
U = 220 V

Odrediti:
q - ?

Rešenje: Kod redne veze kondenzatora ukupni kapacitet je dat formulom

$\frac{1}{C}=\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{C_i}=\frac{1}{C_i}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}$ a za naelektrisanje važi: $q_1 = q_2 = q_3 = q$. Kako je C = q/U, to je q = CU = $\frac{U}{\frac{1}{C_1}+\frac{1}{C_2}+\frac{1}{C_3}}=1{,}2\cdot 10^{-4}C$.

Odgovarajući naponi na brojevima kondenzatora biće: $U_1=\frac{q}{C_1}=120V$, $U_2=\frac{q}{C_2}=60V$ i $U_3=\frac{q}{C_3}=40V$.

16. Pločasti vazdušni kondenzator, čije rastojanje među pločama je 5 cm, napunjen je do napona 200 V a zatim isključen od izvora struje. Koliki će biti napon na kondenzatoru ako se njegove ploče razmaknu na rastojanje 10 cm?

Dato:	Odrediti:
d = 10 cm	U_2 - ?
U = 220 V	

Rešenje: Kako je $C=\varepsilon_0\frac{S}{d}$ i $U=\frac{q}{C}=\frac{qd}{\varepsilon_0 S}$, to je $U_1=\frac{q}{C}=\frac{qd_1}{\varepsilon_0 S}$ i $U_2=\frac{q}{C}=\frac{qd_2}{\varepsilon_0 S}$. Odnos napona je $\frac{U_1}{U_2}=\frac{d_1}{d_2}\Rightarrow U_2=U_1\frac{d_2}{d_1}=400V$.

17. Površina ploče pločastog kondenzatora je 60 cm^2, naelektrisanje 10^{-9} C i razlika potencijala između ploča 90 V. Koliko je rastojanje između ploča?

Dato:	Odrediti:
S = 60 cm^2	d - ?
U = 90 V	
q = 10^{-9} C	

Rešenje: Iz izraza $C=\varepsilon_0\frac{S}{d}$ i $U=\frac{q}{C}$, sledi $d=\frac{\varepsilon_0 SU}{q}=4{,}8\cdot 10^{-3}m$.

18. Po provodniku od nikla, poprečnog preseka 0,5 mm^2, teče struja jačine 2A. Napon na krajevima provodnika je 1,6 V. Odrediti masu provodnika, ako je njegova gustina 8,5 x 10^3 kg/m^3 a specifični otpor je 0,42 x 10^{-6} Ωm.

Dato:	Odrediti:
S = 0,5 mm^2	m - ?
U = 1,6 V	
γ = 8,5 x 10^3 kg/m^3	
I = 2 A	
ρ = 0,42 x 10^{-6} Ωm	

Rešenje: Masa provodnika je m = γV = γSl, a njegov otpor $R=\rho\frac{l}{S}$. Iz ovih relacija sledi, uz R = U/I, da je $m=\gamma\frac{S^2U}{I\rho}=4\cdot 10^{-2}kg$.

19. Galvanski element ems 2,1 V i unutrašnjeg otpora 0,2 Ω vezan je za potrošač. Odrediti jačinu struje u kolu i otpor potrošača ako je napon na krajevima elementa 2 V.

Dato:
U = 2 V
E = 2,1 V
r = 0,2 Ω

Odrediti:
I - ?; R - ?

Rešenje: Iz Omovog zakona $I = \frac{e}{R+r} \Rightarrow e = I(R+r) = IR + Ir = U + Ir$.

Odavde je $I = \frac{e-U}{r} = 0{,}5A$. Otpor provodnika je R = U/I = 4 Ω.

20. Tri otpornika otpora 12, 9 i 3 Ω spojena su redno na strujni izvor napona 120 V. Odrediti jačinu struje i napone na krajevima otpornika.

Dato:
R_1 = 12 Ω; R_2 = 9 Ω
R_3 = 3 Ω
U = 120 V

Odrediti:
I - ?
U_1, U_2, U_3 - ?

Rešenje: Kako je za radnu vezu ukupni otpor R = R_1 + R_2 + R_3 = 24 Ω, to je jačina struje I = U/R = 5 A. Odgovarajući naponi su: U_1 = IR_1 = 60 V, U_2 = IR_2 = 45 V i U_3 = IR_3 = 15 V.

21. Dva paralelna vezana otpornika otpora 20 i 15 Ω vezani su u kolo struje za izvor ems 2 V i unutrašnjeg otpora 0,4 Ω. Koliku struju daje izvor? Koliki je napon na polovima izvora? Kolike struje teku kroz otpore i koliko se utroši električna energija za 10 minuta?

Dato:
R_1 = 20 Ω; R_2 = 15 Ω
E = 2 V; r = 0,4 Ω

Odrediti:
I - ?; I_1 - ?; I_2 - ?; W - ?

Rešenje: Iz Omovog zakona $I = \frac{e}{R+r}$, gde je $R_e = \frac{R_1R_2}{R_1+R_2}$ sledi $I = \frac{e}{\frac{R_1R_2}{R_1+R_2}+r} = 0{,}22A$. Napon na polovima izvora je U = e - Ir = 1,9 V. Jačine struje u otpornicima su $I_1 = \frac{U}{R_1} = 0{,}1A$,

$I_2 = \frac{U}{R_2} = 0{,}12A$ i $I_3 = \frac{U}{R_3} = 0{,}1A$.

Energija struje , tj. oslobođena toplota je W = I^2Rt=12 J.

22. Snaga električnog motora na dizalici je 10 kW, a stepen korisnog dejstva 0,9. Motor je priključen na električnu mrežu napona 220 V. Za koje vreme ova dizalica podigne teret mase 2,5 t na visinu 15 m? Kolika jačina struje tada protiče kroz motor?

Dato:
P = 10 kW
m = 2,5 t
h = 15 m

Odrediti:
I - ?
t - ?

Rešenje: Kako je korisna snaga $P_k = \eta P$ jednaka izvršenom radu u jedinici vremena A = mgh/t tj. $\eta P = \frac{mgh}{t} \Rightarrow t = \frac{mgh}{\eta P} = 41s$. Jačina struje kroz motor je I = P/U = 45,5 A.

23. Krećući se brzinom 0,5 c, elektron uleti u homogeno magnetno polje indukcije 1 mT normalno na linije sile polja. Koliki je intenzitet Lorencove sile? Koliki je poluprečnik putanje po kojoj se kreće elektron?

Dato:
v = 0,5 c
B = 1 mT

Odrediti:
F_L - ?
r - ?

Rešenje: Intenzitet Lorencove sile je F = evB = 2,4 x 10^{-14} N. Iz jednakosti Lorencove i centripetalne sile $evB = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow r = \frac{mv}{eB} = 0{,}975m$.

24. Elektron i proton, ubrzani potencijalnom razlikom 0,1 MV, ulete u homogeno magnetno polje indukcije 10 mT i to u pravcu koji je normalan na magnetne linije sile. Koliki su poluprečnici putanje elektrona i protona?

Dato:
B = 10 mT
U = 0,1 MV

Odrediti:
r_1, r_2 - ?

Rešenje: Kako je izvršeni rad elektrona (protona) jednak kinetičkoj energiji $eU = \frac{mv^2}{2}$, s jedne, a s druge strane, Lorencova sile jednaka centripetalnoj sili

$evB = \frac{mv^2}{r}$, to je iz ovih jednačina $r_e = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_eU}{e}} = 0{,}1m$ i $r_e = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2m_pU}{e}} = 0{,}43m$.

25. Kroz kružni provodnik poluprečnika 0,2 m protiče struja stalne jačine 10 A. Kolika je magnetna indukcija u središtu kružnog provodnika, i to u slučaju kada se provodnik nalazi a) u vazduhu, b) u nekoj feromognetnoj sredini relativne magnetne propustljivosti 100?

Dato:
I = 10 A
r = 0,2 mm
$\mu_0 = 4\pi$ x 10^{-7} Tm/A; $\mu_r = 100$

Odrediti:
B_0 - ?; B - ?

Rešenje: Iz Laplasovog izraza $B = \mu_0 \frac{I}{2r} = 3{,}14 \cdot 10^{-5} T$ i $B = \mu_r B_0$ = 3,14 x 10^{-3} T.

26. Dinamomašina snage 8 kW daje napon 8 V. Kolika masa aluminijuma se može izdvojiti strujom dinamomašine iz rastvoa soli aluminijuma za jedan dan? Elektrohemijski ekvivalent aluminijuma je k = 9,3 x 10^{-8} kg/C.

Dato:
P = 8 kW
U = 8 V
t = 1 dan = 86400 s

Odrediti:
m - ?

Rešenje: Po I Faradejevom zakonu elektrolize je m = kIt. Kako je I = P/U to je $m = \frac{kPt}{U} = 8kg$

27. Dva izvora struje vezana su redno. ems prvog izvora je 2 V i unutrašnji otpor 0,55 Ω, a ems drugog 1,2 V i unutrašnji otpor 1,5 Ω.Otpor spoljašnjeg dela kola je 5 Ω. Odrediti napon na spoljašnjem delu kola, napon na krajevima izvora struje, kao i stepen iskorišćenja baterija izvora.

Dato:	Odrediti:
E_1 = 2 V; E_2 = 1,2 V	U - ?; U_1 - ?; U_2 - ?
r = 0,55 Ω; r = 1,5 Ω; R = 5 Ω	η - ?

Rešenje: Kako je kod redne veze izvora struje e = e_1 + e_2 i r = r_1 + r_2 to je $I = \frac{e_1 + e_2}{r_1 + r_2 + R} = 0,457A$.

Odgovarajući naponi na krajevima izvora biće: $U_1 = E_1 - Ir_1 = 1,8V$ i $U_2 = E_2 - Ir_2 = 0,5V$. Stepen iskorišćenja baterije iznosi $\eta = \frac{R}{R + r_1 + r_2} = 72\%$.

28. Paralelno dugačkom pravolinijskom strujnom provodniku kreće se elektron na rastojanju 2 mm brzinom 10^7 m/s. Kolikom silom deluje magnetno polje na elektron, ako kroz provodnik teče struja jačine 10 A?

Dato:	Odrediti:
I = 10 A	F - ?
r = 2 mm	
$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ Tm/A; $\mu_r = 1$	
v = 10^7 m/s	

Rešenje: Rešenje: Indukcija magnetnog polja pravolinijskog provodnika je $B = \mu_0 \frac{I}{2\pi a}$, a Lorencova sila kojom magnetno polje dejstvuje na elektron F_L = evB. Odavde sledi da je $F_L = \mu_0 ev \frac{I}{2\pi a} = 10^{-15} N$.

29. Osam male kapi žive, svaka naelektrisana do potencijala 10 V, slivaju se u jednu veću kap. Koliki je potencijal stvorene veće kapi žive?

Dato:	Odrediti:
φ = 10 V	φ_n - ?
n = 8	
k = 9 x 10^9 Nm^2/C^2	

Rešenje: Potencijal jedne kapi je $\varphi = k\frac{q}{r}$, a potencijal n kapi je $\varphi = nk\frac{q}{R}$, gde je R poluprečnik veće kapi. Ako je masa jedne kapi m = ρV= $4\pi\rho r^3/3$ to je masa veće kapi $M = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho \Rightarrow R = \sqrt[3]{n}R$.

Kako je M = nm, to je $R = r\sqrt[3]{n}$. Prema tome $\varphi_n = k\frac{q}{r}\frac{n}{\sqrt[3]{n}} = \varphi\frac{n}{\sqrt[3]{n}} = 40V$.

30. Dve kuglice od zovine srži naelektrisane su suprotnim naelektrisanjima 2 x 10^{-8} C i 4 x 10^{-9} C i nalaze se u vazduhu na uzajamnom rastojanju 2 cm. Koliko je privlačna sila? Ako se kuglice dodirnu pa rastave do istog rastojanja, kolika će biti odbojna sila? Naći odnos sile privlačenja i odbijanja.

Dato:
q_1 = 2 x 10^{-8} C ; q_2 = 4 x 10^{-9}
k = 9 x 10^9 Nm^2/C^2
r = 2 cm

Odrediti:
F_p - ?; F_o - ?

Rešenje: Privlačna sila je $F_p = k\dfrac{q_1 q_2}{r^2} = 1{,}8 \cdot 10^{-3} N$, a odbojna sila, s obzirom da je posle dodira $q = \dfrac{q_1 - q_2}{2} = 8 \cdot 10^{-9} C$, biće $F_p = k\dfrac{q^2}{r^2} = 1{,}44 \cdot 10^{-3} N$. Odnos je F_p/F_o = 1,25.

31. Pri promeni jačine struje u strujnom kolu od 3A na 3,5 A u toku vremena 5 x 10^{-2} s , indukuje se u njemu ems samoindukcije 5 V. Koliki je koeficijent samoindukcije?

Dato:
I_1 = 3A I_2 = 3,5 A
t = 5 x 10^{-2} s
E = 5 V

Odrediti:
L - ?

Rešenje: Kako je $E_s = L\dfrac{\Delta I}{\Delta t} \Rightarrow L = \dfrac{E_s \Delta t}{\Delta I} = 0{,}5H$.

32. Za koje vreme t će se potrošiti bakarne elektrode zapremine 500 cm^3 pri elektrolizi bakar-sulfata, ako je jačina struje 15 A? Gustina bakra je 8,9 x 10^3 kg/m^3 , a elektrohemijski ekvivalent 3,3 x 10^{-4} kg/C.

Dato:
V = 500 cm^3
ρ = 8,9 x 10^3 kg/m^3
I =15 A
K = 3,3 x 10^{-4} kg/C

Odrediti:
t - ?

Rešenje: Iz I faradejevog zakona elektrolize m = kIt, uz m = ρV, sledi $t = \dfrac{\rho V}{kI} = 5{,}4 \cdot 10^2 s$.

ZADACI ZA SAMOSTALAN RAD

1. Dve kuglice, čija su naelektrisanja 2 x 10^{-7} C i 4,5 x 10^{-7} C, nalaze se u vazduhu (vakuumu). Koliko je rastojanje među njima, ako je sila uzajamnog dejstva 0,4 N? (Rez: 4,5 cm).
2. Poluprečnik orbite elektrona u atomu vodinika je 5 x10^{-11} m. Kolika je jačina polja i potencijal jezgra atoma u tačkama orbite elektrona? (Rez: 5,76 x 10^{11} V/m; 29 V).
3. Pri premeštaju naelektrisanja 3 x 10^{-7} C iz beskonačnosti u neku tačku polja izvrši se rad 6 x10 J. Koliki je potencijal te tačke? (Rez: 2 x 10^3 V)
4. Koliku brzinu v stekne elektron ubrzan električnim poljem čija je razlika potencijala 100 V? Odnos naelektrisanja i mase elektrona je 1,76 x 10^{11} C/kg. (Rez: 5,8 x 10^6 m/s).
5. Tri kondenzatora kapaciteta 1, 2 i 3 μF vezani su paralelno za izvor struje napona 220 V. Koliko je naelektrisanje baterije kondenzatora? (Rez: 1,32 x 10^{-3} C).
6. Kada se polovi generatora, čiji unutrašnji otpor je 0,3 Ω , spoje provod-nikom otpora 4 Ω, napon na polovima iznosi 100 V. Kolika je ems generatora? (Rez: 120 V).

7. Metalna lopta poluprečnika 0,1 m naelektrisana je do potencijala 100 V. Koliki je kapacitet lopte ako se ona nalazi u vazduhu? Koliko je naelektrisanje lopte? (Rez:11 x 10^{-12} F; 1,1 nC).

8. Kondenzator kapaciteta 10 nF priključi se na električni izvor napona 100 V. Koliki se rad utroši na naelektrisanje kondenzatora? Koliko je energija električnog polja kondenzatora? (Rez:10^{-4} J, 5 x 10^{-4} J).

9. Kolika je brzina usmerenog kretanja slobodnih elektrona kroz metalni provodnik poprečnog preseka 1 mm^2 , ako kroz njega protiče struje stalne jačine 10 A, Koncentracija slobodnih elektrona iznosi 10^{28} 1/m^3. (Rez: 6 x 10^{-3} m/s).

10. Kada se dva otpornika vežu redno tada je ekvivalentni otpor 40 Ω, a kada su vezani paralelno ekvivalentni otpor je 7,5 Ω. Koliki su otpori ovih provodnika? (Rez: 10 Ω; 30 Ω).

11. Električni motor pokreće lift mase 1,2 t stalnom brzinom 0,5 m/s. Koliku snagu razvija motor. Kolika jačina struje protiče kroz motor? Stepen korisnog dejstva motora je 0,9. (Rez: 5,9 kW; 27 A).

12. Kroz beskonačan pravolinijski provodnik protiče struja jačine 10 A. Kolika je jačina magnetnog polja i magnetna indukcija u tačkama koje su na normalnom rastojanju 0,1 m od provodnika? (Rez: 50/π A/m; 20 x 10^{-6} T).

13. Kolika se količina toplote oslobodi u električnoj sijalici ako kroz nju prođe količina elektriciteta 3 x 10^3 C pri naponu 220 V? (Rez: 6,6 x 10^5 J).

14. Koliki je elektrohemijski ekvivalent bakra ako se pri elektrolizi bakar-sulfata bakarna anoda zapremine 720 cm^3 potroši za 9,7 x 10^5 s pri jačini struje 20 A? Gustina bakra je 8,9 x 10^3 kg/m^3. (Rez: 0,33 mg/C).

15. Elektron se kreće u homogenom magnetnom polju u vakuumu normalno na linije indukcije po krugu poluprečnika 0,1 m. Indukcija magnetnog polja je 2 x 10^{-5} T. Kolika je brzina i period obrtanja elektrona? (Rez: 3,52 x 10^7 m/s; T = 1,75 x 10^{-8} s).

16. U toku vremena 4 x 10^{-2} s promeni se jačina struje od 2 A na 2,5 A. Koliko je indukovana eme samoindukcije? Koeficijent samoindukcije je 0,4 H? (Rez: 5 V).

4. FIZIKA VELIKOG BROJA ČESTICA

Osnovi zakoni molekulsko kinetičke teorije idealnog gasa

Parametri stanja idealnog gasa mase m su: pritisak p, zapremina V i teperatura T. Jednačine koje povezuju te veličine nazivaju se jednačine stanja.
Za izotermni proces, T = const), proizvod pritiska i zapremine gasa je konstantna veličina pV = const, ili za dva gasna stanja $p_1V_1 = p_2V_2$ = const (Bojl-Moriotov zakon).
Za izobrani proces, p = const), zapremina gasa menja se linearno sa promenom teperature $V = V_0(1+\gamma t)$, gde je V_0 - zapremina gasa na t = 0 °C, V - zapremina na temeraturi t, γ - zapreminski koeficijent kubnog širenja gasa (1/273 K^{-1}.
Korišćenjem termodinamičke temperature T, sledi $\frac{V}{V_0} = \frac{T}{T_0}$ (Gej-Lisakov zakon)
Za izohorni proces, (V = const) pritisak je $p = p_0(1+\gamma t)$
gde je p_0 - pritisak na t = 0 °C, a p - pritisak gasa na temperaturi t.
Prelaskom na apsolutnu temperaturu sledi $\frac{p}{p_0} = \frac{T}{T_0}$. (Šarlov zakon).
Pritisak gasne smeše jednak je sumi parcijalnih pritisaka gasova koji čine tu smesu $p = p_1 + p_2 + p_3 + ... + p_n = \sum_{i=1}^{n} p_i$. (Daltonov zakon).
Pri istim pritiscima i temperaturama mol svakog gasa zauzima jednake zapremine. (Avagadrov zakon). Zapremina jednog mola je 22,4 dm^3 .
Broj molekula u jednom m^3 naziva se Lošmitov broj, $N_L = 2{,}6868 \times 10^{25}$ mol^{-1}.
a broj molekula koji se sadrži u jednom molu bilo kog gasa je Avagardov broj $N_A = 6{,}023 \times 10^{23}$ mol^{-1}.
Jednačina stanja idealnog gasa (Klapejron-Mendeljejeva jednačina) objedinjuje sva tri gasna zakona, i oblika je $pV = RT$ za mol gasa, odnosno $pV = \mu RT$
za proizvoljnu količinu gasa, gde je μ - broj molova, μ = m/M a R univerzalna gasna konstanta (R = 8,315 J/molK). Odnos $R/N_A = k = 1{,}38 \times 10^{-23}$J/K Bolcmanova konstata. Jednačina stanja pV = RT svodi se, uz $k = R/N_A$ na oblik p = nkT, gde je n = N/V koncentracija molekula (broj molekula po jedinici zapremine).
Osnovna jednačina molekulsko-kinetičke teorije idealnog gasa daje vezu između pritiska gasa i njegove srednje kinetičke energije molekula (Klauzijusova jednačina) i oblika je $p = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\overline{W}$,gde je N/V koncentracija molekula. Kako je $\overline{W} = \frac{3}{2}kT$, to iz jednakosti $\frac{m\overline{v}^2}{2} = \frac{3}{2}kT$ sledi da je srednja kvadratna brzina $\overline{v} = \sqrt{\frac{3kT}{m}} = \sqrt{\frac{3RT}{M}}$.

Svojstva čvrstih i tečnih tela

Pri zagrevanju čvrstog tela njegove linearne dimenzije menjaju se sa temperaturom po zakonu $l = l_0(1+\alpha t)$, gde je l_0 linearna razmera tela na 0 °C
a α koeficijent linearnog širenja). Pri zagrevanju čvrstih tela njegova zapremina menja se po zakonu $V = V_0(1+\beta t)$,

gde je V_0 zapremina tela pri $t = 0$ °C a β koeficijent zapreminskog širenja. Ova formula primenjiva je i za širenje tečnosti pri zagrevanju. Promena gustine čvrstih i tečnih tela pri njihovom zagrevanju dovodi do promene gustine po zakonu $\rho = \frac{\rho_0}{1+\beta t}$, gde je ρ_0 gustina tela na 0 °C.

Ravnoteža fluida (tečnosti i gasovi) i zakoni kretanja kao i uzajamno dejstvo fluida sa tvrdim telima pri njihovom relativnom kretanju, podležu zakonima hidromehanike.
U fluidima se pritisak $p = F/S$ (sila po jedinici površine) prenosi u svim pravcima podjednako

$p_1 = p_2 = p_3 = ... = p_n$ (Paskalov zakon).

Npr. kod hidroulične prese, kočnica i sl. se manjom silom izaziva veći efekat

$p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Rightarrow F_2 = F_1 \frac{S_2}{S_1}$, jer za $S_2 > S_1$ je $F_2 > F_1$.

Pritisak, izazvan silom težine fluida je hidrostatički pritisak i zavisi od dubine (visine) ispod slobodne površine fluida $p = p_0 + \rho g h$, gde je $p_0 = 1{,}01 \times 10^5$ Pa normalan atmosferski pritisak, ρ gustina fluida i h dubina (visina) stuba fluida.
Na svako potopljeno telo u fluidu deluje sila potiska koja je jednaka težini istisnutog fluida $F = Q = m_f g$, gde je m_f - masa istisnugog fluida (Arfimedov zakon).

Pri stacionarnom strujanju idealnog fluida masa (zapremina) fluida koja protekne kroz bilo koji presek strujne cevi u jedinici vremena ostaje nepromenjena $m = \rho V = \rho S v = const$. U bilo kom preseku gustina fluida je nepromenjena, pa je $Sv = const$; za bilo koja dva preseka važi $S_1 v_1 = S_2 v_2$ (jednačina kontinuiteta).
Bernulijeva jednačina određuje raspodelu pritisaka u strujnoj cevi i oblika je:

$p + \frac{\rho v^2}{2} + \rho g h = const$, gde je $\rho v^2/2$ - dinamički pritisak, ρgh - hidrostatički pritisak a p - statički pritisak.

Za bilo koja dva preseka strujne cevi biće: $p_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} + \rho g h_1 = p_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} + \rho g h_2$. Ako je strujna cev horizontalna tada je $p + \frac{\rho v^2}{2} = const$,a u slučaju strujne cevi jednakog preseka ($v_1 = v_2$) je $p + \rho g h = const$.
Brzina isticanja fluida (tečnosti) iz nekog otvora na dubini h ispod slobodne površine, je prema Toričelijevoj formuli $v = \sqrt{2gh}$. Zapreminski protok istekle tečnosti je $Q = Sv = S\sqrt{2gh}$, odnosno $Q = kSv = kS\sqrt{2gh}$, gde je k - koeficijent kontrakcije mlaza.

Brzina isticanja gasova iz suda u kome je pritisak $p > p_0$, je $v = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}}$, gde je ρ - gustina gasa.

Sila unutrašnjeg trenja je, prema Njutnovom zakonu , $F = \eta S \frac{\Delta v}{\Delta t}$, gde je η koeficijent unutrašnjeg trenja, S - površina, Δv/Δt - gradijent brzine (promena brzina duž pravca koji je normalan na pravac strujanja fluida.
Za slučaj kada se sferno telo poluprečnika r kreće u nekom fluidu brzinom v, sila otpora, prema Staksovom zakonu, je $F = 6\pi\eta r v$.

Ako se sferno telo kreće ravnomerno kroz fluid brzinom v, može se, iz uslova ravnoteže sile trenja i sile težine i sile potiska odrediti koeficijent viskoznosti:

$$\eta = \frac{2}{9}\frac{(\rho_t - \rho_f) g r^2}{v}.$$

Na dodirnim površinama tečnosti i vazduha, kao i kod čvrstih tela i tečnosti, javljaju se karakteristični efekti poznati kao površinski napon i kapilarne pojave. Ti efekti su rezultat dejstva međumolekulskih sila dodirnih površina.
Konstanta površinskog napona γ (N/m^2), predtstavlja odnos iz izvršenog rada (potrebnog za uvećanje površine tečnosti) i same te površine $\gamma = \frac{\Delta A}{\Delta S}$.
U potopljenim kapilarama (cevima poluprečnika r < 1 mm) u nekoj tečnosti, nivo tečnosti se diže (kapilarna atrakcija) ili spušta (kapilarna depresija) do visine
$h = \frac{2\gamma \cos\alpha}{\rho g r}$, gde je γ - koeficijent površinskog napona, ρ - gustina tečnosti, r -poluprečnik kapilare, g - Zemljino ubrzanje a α - ugao kvašenja.

Osnovni zakoni termodinamike

Unutrašnja energije predstavlja ukupnu energiju termodinamičkog sistema i jednaka je zbiru kinetičke energije translatornog i rotacionog kretanja molekula sistema ($E_p = 0$).

$$U = \overline{W} = E_k^T + E_k^R = \frac{i}{2} nkT = \frac{i}{2} n \frac{RT}{N_A}$$

gde je i broj stepeni slobode (i = 2 za jednotome, i = 5 za dvotomne, i = 6 višeatomne molekule) . Za mol gasa je $U = \frac{i}{2} RT$.

Promena unutrašnje energije je $\Delta U = \frac{i}{2} R\Delta T$.

Odnos $\left[\frac{\Delta U}{\Delta T}\right]_{V=const} = \frac{i}{2} R = C_V$ je molarni toplotni kapacitet sistema pri konstantnoj zapremini i izražava se jedinicom J/molK.
Odnos C_V/M (M molarna masa), predstavlja specifičnu toplotu sistema pri V = const. $c_V = \frac{C_V}{M} = \frac{i}{2} \frac{R}{M}$.
Za mol gasa je promena unutrašnje energije $\Delta U = C_V \Delta T = c_V M \Delta T$, a za proizvoljnu količinu gasa, koja ima μ molova je $\Delta U = \mu C_V \Delta T = m c_V M \Delta T$. Odnos $\left[\frac{\Delta U}{\Delta T}\right]_{p=const} = \frac{i+2}{2} R = C_p$, je toplotni kapacitet sistema pri p = const Promena unutrašnje energije za mol gasa je $\Delta U = C_p \Delta T = c_p M \Delta T$, a za proizvoljnu količinu gasa $\Delta U = \mu C_p \Delta T = m c_p \Delta T$
Odnos $c_p/c_V = \chi$ i predstavlja Poasonovu konstantu (χ = 1,66 za jednoatomni 1,4 za dvoatomni i 1,33 za višeatomni molekul. Razlika C_p - C_V = R predstavlja Majerovu jednačinu.
Ako se termodinamičkom sistemu dovede spolja neka energija (toplota) tada po I principu termodinamike jedan deo te energije ide na vršenje rada A, a drugi deo na promenu unutrašnje energije $Q = A + \Delta U = p\Delta V + \Delta U$.
Za slučaj kada se stanje sistema menja pri V = const, tada je promena unutrašnje energije $\Delta U = Q = c_V m \Delta T$, a u slučaju kada se stanje sistema menja pri P = const izvršeni rad nad sistemom je A = pΔV. Ako se taj rad vrši u toplotnoj mašini, tj. u cilindru poprečenog preseka S , tada je $A = p\Delta V = pS\Delta l$, gde je Δl pomak klipa uslovljen promenom zapremine.
Koeficijent iskorišćenja toplotne mašine, shodno II principu termodinamike predstavlja odnos iz korisnog rada i unete energija u mašinu $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$ gde je Q_1 uneta energija u

cilindar, Q_2 odvedena energija hladnjaka, a T_1 i T_2 su temperature toplotnog rezervoara i hladnjaka.

REŠENI ZADACI

1. Odrediti broj molekula koji se sadrže u 1 cm^3 gasa pri normalnim uslovima.

Dato: Odrediti:
$V = 1\ cm^3$ n - ?

Rešenje:Kako je zapremina jednog mola $V_m = 22{,}4\ dm^3$ a broj molekula u jednom molu $N_A = 6{,}023 \times 10^{23}$, to je $n = \frac{N_A}{V_m} V = 2{,}7 \cdot 10^{19}\, molekula$.

2. Azot na temperaturi 27 ºC zauzima zapreminu 10l. Koliku zapreminu zauzima azot ako se zagreje do 126 ºC ? Pritisak ostaje nepromenjen.

Dato: Odrediti:
$V = 10\ dm^3$ V_2 - ?
$t_1 = 27\ ºC$; $t_2 = 127\ ºC$

Rešenje: Iz Gej-Lisakov zakona $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1} = 13{,}3l$.

3. U balonu zapremine 15 l nalazi se kiseonik pod pritiskom 6×10^6 Pa. Temperatura vazduha koji okružuje balon je 250 K. Odrediti masu kiseonika ako je njegova molarna masa M = 32 g/mol

Dato: Odrediti:
$V = 15\ dm^3$ m - ?
$T = 250\ K$
$M = 32\ g/mol$
$R = 8{,}31\ J/molK$

Rešenje: Iz jednačine stanja idealnog gasa $pV = \frac{m}{M} RT \Rightarrow m = \frac{pVM}{RT} = 1{,}44kg$.

4. Koliko je molekula vazduha ostalo u sudu zapremine 1 cm^3 pri temperaturi 10 ºC, ako je vazduh u sudu evakuisan do pritiska $1{,}33 \times 10^6$ Pa ? Univerzalna gasna konstanta je R = 8,31 J/molK a Avogadrov broj $N_A = 6{,}023 \times 10^{23}$.

Dato: Odrediti:
$V = 1\ cm^3$ N - ?
$t = 10\ ºC$
$p = 1{,}33 \times 10^{-6}$ Pa
$R = 8{,}31\ J/molK$

Rešenje: Iz jednačine stanja idealnog gasa $pV = \mu RT \Rightarrow \frac{N}{N_A} RT \Rightarrow N = \frac{pVN_A}{RT} = 3{,}4 \cdot 10^8$.

5. U balonu zapremine 12 l nalazi se masa 1,5 kg azota na temperaturi 327 ºC . Koliki će pritisak p_2 biti u balonu pri temperaturi 127 ºC. ako se iz njega ispusti 50 % azota? Molarna masa azota je 28 g/mol, a univerzalna gasna konstanta 8,31 J/molK.

Dato: Odrediti:
$V = 12\ dm^3$ m_2 - ?
$T_1 = 600\ K$
$M = 28\ g/mol$

R = 8,31 J/molK
m_1 = 1,5 kg

Rešenje: Iz jednačine stanja idealnog gasa za početno stanje

$$pV_1 = \frac{m_1}{M}RT_1 \Rightarrow p_1 = \frac{m_1RT_1}{MV_1} = 2{,}2\cdot 10^7\,Pa$$, i

jednačina stanja za krajnje stanje gasa, uz m_2 = 0,5 m_1, je $pV_1 = \frac{0{,}5m_1RT_2}{M}$. dobija se deljenjem

$$\frac{p_2}{p_1} = 0{,}5\frac{T_2}{T_1} \Rightarrow p_2 = 0{,}5p_1\frac{T_2}{T_1} = 1{,}65\cdot 10^7\,Pa.$$

6. Kolika je masa kiseonika koji se nalazi u balonu zapremine 10 litara, ako pri temperaturi - 13 °C manometar na balonu pokazuje pritisak 1,5 x 10^6 Pa ?

Dato:
V = 10 dm^3
T = 260 K
M = 32 g/mol
R = 8,31 J/molK
p = 1,5 x 10^6 Pa

Odrediti:
m - ?

Rešenje: Iz jednačine stanja idealnog gasa $pV = \mu RT = \frac{m}{M}RT \Rightarrow m = \frac{pVM}{RT} = 2{,}3kg$.

7. Srednja kinetička energija translatornog kretanja molekula nekog gasa je 2 x 10^{-20} J, pritisak gasa je 5 x 10^4 Pa. Koliko molekula ima u 1 cm^3 gasa?

Dato:
V = 1 cm^3
W = 2 x 10^{-20} J
p = 5 x 10^4 Pa

Odrediti:
N - ?

Rešenje: Iz izraza $p = \frac{2}{3}\frac{N}{V}\overline{W} \Rightarrow N = \frac{3}{2}\frac{pV}{\overline{W}} = 3{,}75\cdot 10^{18}$.

8. Neonska sijalica puni se kroz mali otvor tako da u svakoj sekundi prolazi 10^{21} molekula gasa. Koliko je vremena potrebno da se sijalica napuni gasom do pritiska 10^5 Pa (ako je prethodno bio vakuum)? Zapremina sijalice je 100 cm^3, a temperatura gasa 0 ^{0}C. Brzina prodiranja gasa je stalna.

Dato:
V = 100 cm^3
T = 273 K
k = 1,38 x 10^{-23} J/K
p = 1 x 10^5 Pa

Odrediti:
t - ?

Rešenje: Iz jednačine stanja idealnog gasa $p = nkT = \frac{N}{V}kT \Rightarrow N = \frac{pV}{kT} = 2{,}7\cdot 10^{22}\,molekula$.

Vreme punjenja sijalice je $t = \frac{N}{N_0} = 27s$.

9. Zapremina mehura pri isplivanju sa dna jezera na površinu uveća se 3 puta. Kolika je dubina jezera? Gustina vodenog mehura je 10^3 kg/m^3.

Dato:
$V_2 = 3V_1$
$\rho = 10^3$ kg/m^3
$p = 1{,}01 \times 10^6$ Pa

Odrediti:
h - ?

Rešenje: Iz izraza za hidrostatički pritisak $\Delta p = \rho g h$ sledi da je $h = \dfrac{\Delta p}{\rho g}$, gde je Δp razlika pritisaka na dnu i površini jezera. Ako je temperatura vode na dnu i površini približno ista, to je po Bojl-Mariotovom zakonu $\dfrac{p_1}{p_2} = \dfrac{V_2}{V_1} \Rightarrow p_1 = p_2 \dfrac{V_2}{V_1} = 3p_2$. Tada je $\Delta p = 2p_2 = 2p_0$ jer je na površini jezera pritisak $p_2 = p_0$. Tražena dubina jezera je $h = \dfrac{\Delta p}{\rho g} = 20m$.

10. Odrediti gustinu gasne smeše koja se sastoji iz 4 g vodonika i 32 g kiseonika pri temperaturi 7 ^{0}C i pritisku $9{,}3 \times 10^4$ Pa.

Dato:
$m_1 = 4$ g; $m_2 = 32$ g
T = 280 K
$p = 9{,}3 \times 10^4$ Pa; $M_1 = 2$ g/mol; $M_2 = 32$ g/mol

Odrediti:
ρ - ?

Rešenje: Pritisak gasne smeše je $p = p_1 + p_2$, a masa je $m = m_1 + m_2$. Iz jednačine gasnog stanja za vodonik, odnosno kiseonik, sledi $p_1 V = \dfrac{m_1}{M_1} RT$ i $p_2 V = \dfrac{m_2}{M_2} RT$. Uz uslov da je V = const, biće $p = p_1 + p_2 = \dfrac{RT}{V}\left(\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2}\right)$ a njena gustina $\rho = \dfrac{m}{V} = \dfrac{m_1 + m_2}{\dfrac{RT}{p}\left(\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2}\right)} = 0{,}48 \dfrac{kg}{m^3}$.

11. Naći masu jednog mola gasne smeše koju čini 25 g kiseonika i 75 g azota.

Dato:
$m_1 = 25$ g; $m_2 = 75$ g
$M_1 = 32$ g/mol; $M_2 = 28$ g/kol

Odrediti:
M - ?

Rešenje: Iz jednačine gasnog stanja za kiseonik $p_1 V = \dfrac{m_1}{M_1} RT$ i azot $p_2 V = \dfrac{m_2}{M_2} RT$, sledi $p = p_1 + p_2 = \dfrac{RT}{V}\left(\dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2}\right)$, gde je $\mu = \dfrac{m_1}{M_1} + \dfrac{m_2}{M_2} = 3{,}5$, broj molova gasne smeše. Masa jednog mola smeše je $M = \dfrac{m}{\mu} = \dfrac{m_1 + m_2}{\mu} = 28{,}9 \cdot 10^{-3} kg/mol$.

12. Za zagrevanje predmeta od gvožđa utrošena je količina toplote od $1{,}68 \times 10^6$ J. Kolika je promena njegove zapremine? Gustina gvožđa je $7{,}8 \times 10^3$ kg/m^3, koeficijent kubnog širenja $1{,}2 \times 10^{-5}$ 1/^{0}C.

Dato:
Q= 1,68 MJ
$c = 4{,}6 \times 10^2$ J/kgK

Odrediti:
ΔU - ?

Rešenje: Po zakonu zapreminskog širenja je $V = V_0(1+\beta\Delta t) \Rightarrow \Delta V = V - V_0 = V_0\beta\Delta t = 3V_0\alpha\Delta t$ (jer je $\beta = 3\alpha$) Količina toplote potrebna za zagrevanje tela je $Q = mc\Delta t = \rho V_0 c\Delta t \Rightarrow \Delta t = \dfrac{Q}{\rho V_0 c}$, pa je promena zapremine $\Delta V = \dfrac{3\alpha Q}{\rho c} = 1{,}7\cdot 10^{-5} m^3$.

13. Razlika dužina aluminijumske i bakarne šipke pri bilo kojoj temperaturi iznosi 15 cm. Kolike su dužine tih šipki na 0 ºC ?

Dato:
$\alpha_1 = 2{,}4 \times 10^{-5}$ 1/ºC ; $\alpha_2 = 1{,}7 \times 10^{-5}$ 1/ºC
T = 273 K

Odrediti:
l_{01} - ?; l_{02} - ?

Rešenje: Po zakonu linearnog širenja biće: $l_1 = l_{0_1}(1+\alpha_1\Delta t)$ i $l_2 = l_{0_2}(1+\alpha_2\Delta t)$, odnosno $l_1 - l_{0_1} = l_{0_1}\alpha_1\Delta t)$; $l_2 - l_{0_2} = l_{02}\alpha_2\Delta t)$;
Oduzimanjem ovih jdnačina, uz uslov $\Delta l = l_1 - l_2$ daje $l_{0_1}\alpha_1 = l_{0_2}\alpha_2$. Kako je i $l_{0_1} = \Delta l + l_{02}$ to se dobija da je $l_{0_1} = \dfrac{\Delta l\alpha_1}{\alpha_2 - \alpha_1} = 15{,}51 m$, dok je $l_{0_1} = \Delta l + l_{02}$ =15,51 m.

14. Kroz širi deo horizontalno postavljene cevi teče voda brzinom 0,5 m/s. Odrediti brzinu proticanja vode u užem delu cevi ako je razlika pritisaka između ovih delova cevi 1,33 x 10^3 Pa . Gustina vode je 10^3 kg/m^3.

Dato:
v_1 = 0,5 m/s
Δp = 1,33 x 10^3 Pa

Odrediti:
v_2 - ?

Rešenje: Primena Bernulijeve jednačine na horizontalnu cev $\rho\dfrac{v_1^2}{2} + p_1 = \rho\dfrac{v_2^2}{2} + p_2$, daje $v_2 = \sqrt{\dfrac{2\Delta p}{\rho} + v_1^2} = 1{,}71\dfrac{m}{s}$.

15. Kroz otvor cevi poluprečnika 0,5 mm ističe 150 kapi ulja. Koliko je koeficijent površinskog napona ulja, ako je zapremina ulja 2 cm^3 a gustina 9 x 10^2 kg/m^3 ?

Dato:
r = 0,5 m
n = 150 kapi
ρ = 9 x 10^2 kg/m^3
V = 2 cm^3

Odrediti:
γ - ?

Rešenje: Kapljica se otkine od otvora kada se izjednače sila težine $Q = mg = \rho\dfrac{V}{n}g$ (zapremina jedne kapi V/n) i sila površinskog napona $F = 2\pi r\gamma$. Iz jednakosti $2\pi r\gamma = \dfrac{1}{n}\rho Vg \Rightarrow \gamma = \dfrac{\rho Vg}{2n\pi r} = 3\cdot 10^{-2}\dfrac{N}{m}$.

16. U cilindru sa pokretnim klipom nalazi se 5 molova azota. Za koliko se promeni unutrašnja energija gasa ako se on zagreje za 127 ºC? Univerzalna gasna konstanta je 8,31 J/molK a broj stepeni slobode dvoatamnog gasa je i = 5. Proces zagrevanja se vrši pri p = const.

Dato:
$\mu = 5$ mola
$\Delta T = 400$ K

Odrediti:
ΔU - ?

Rešenje: Kako je po prvom principu termodinamike

$\Delta U = \Delta Q - \Delta A = \mu C_p \Delta T - p\Delta V = \mu \Delta T (C_p - R)$. Kako je $C_p = \frac{i+2}{i} R = \frac{7}{2} R$

to je $\Delta U = \frac{2}{5} \mu R \Delta T = 6{,}84 kJ$.

17. Toplotna mašina, sa temperaturom grejača 127 ºC i hladnjaka 27 ºC, radi prema Kornoovom ciklusu i to tako da je u jednom ciklusu koristan rad 10 kJ. Koliki je stepen iskorišćenja toplotne mašine i kolika je toplota predata radnom telu?

Dato:
$T_1 = 400$ K; $T_2 = 300$ K
$A_k = 10$ kJ

Odrediti:
A - ?; η - ?

Rešenje: $\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 0{,}25 = 25\%$. Kako je s druge strane $\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A_k}{Q_1} \Rightarrow Q_1 = \frac{A_k}{\eta} = 40 kJ$.

18. Zapremina gasa, koji je zatvoren u cilindru sa pokretnim klipom, je 2,4 l i temperature 27 ^{0}C. Kolika je dužina pomeranja klipa i izvršen rad, ako se pri stalnom pritisku 10^8 Pa gas zagreje do temperature 127 ^{0}C? Poluprečnik cilindra je r = 8 cm.

Dato:
$T_1 = 300$ K; $T_2 = 400$ K
$V_1 = 24$ l

Odrediti:
A - ?; h - ?

Rešenje: Iz Gej-Lisakovog zakona (p = const) $\frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \Rightarrow V_2 = V_1 \frac{T_2}{T_1} = 3{,}2 l$. Kako je promena zapremine $\Delta V = V_2 - V_1 = Sh = r^2 \pi h \Rightarrow h = \frac{\Delta V}{r^2 \pi} = 3{,}98 cm$

Izvršeni rad je A = pΔV = p(V_2 - V_1)=80 kJ.

19. U čeličnoj boci nalazi se azot pod pritiskom 10^6 Pa i na temperaturi 280 K. Maksimalni pritisak koji boca može da izdrži je 1,5 x 10^6 Pa. Ako se azot zagreje do temperature 320 K, da li će boca izdržati pritisak azota?

Dato:
$T_1 = 280$ K; $T_2 = 320$ K
$p_1 = 10^6$ Pa

Odrediti:
p_2 - ?

Rešenje: Iz Šarlovog zakona (V = const) $\frac{p_2}{p_1} = \frac{T_2}{T_1}$, sledi $p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 1{,}142 \cdot 10^6 Pa$. Kako je $p_2 < p_{max}$ boca će izdržati ovaj pritisak.

20. U sudu zapremine 2 dm^3 nalazi se gas pod pritiskom 6,6 x 10^5 Pa. Koliko je molekula gasa u sudu ako je njegova temperatura 27 °C? Avagadrov broj je 6,02 x 10^{23} mol^{-1}, a univerzalna gasna konstanta 8,3 J/molK.

Dato:
T = 300 K
$N_A = 6 \times 10^{23}$
V = 2 dm^3
p = 6,6 x 10^5 Pa

Odrediti:
V - ?

Rešenje: Iz jednačine stanja idealnog gasa $p = nkT = \frac{N}{V}kT \Rightarrow N = \frac{pV}{kT}$

odnosno $N = \frac{pVN_A}{RT} = 3{,}19 \cdot 10^{19} molekula$.

21. Vazduh se nalazi u sudu zapremine 10 m^3 i temperature 127 °C. Iz suda se evakuiše vazduh pri konstantnoj temperaturi sve do pritiska 2 x10^4 Pa. Odrediti masu evakuisanog vazduha, ako je pritisak u sudu bio 10^5 Pa. Gasna konstanta je R = 8,31 J/molK, a molarna masa vazduha 2,8 x 10^{-2} kg/mol.

Dato:
$p_1 = 10^5$ Pa; $p_2 = 2 \times 10^5$ Pa
M = 28 g/mol

Odrediti:
Δm - ?

Rešenje: Jednačina stanja vazduha pre njegovog ispuštanja je $p_1V = \frac{m_1}{M}RT_1$ a posle ispuštanja $p_2V = \frac{m_2}{M}RT_2$. Iz ovoh jednačina sledi da je $\Delta m = m_1 - m_2 = \frac{VM}{RT}(p_1 - p_2) = 6{,}74 kg$

22. Kroz cilindričnu cev, poluprečnika 5 cm protiče idealna tečnost brzinom 2 m/s. Na završetku cev je zatvorena, a bočno ima dva kružna otvora u kojima tečnost ističe brzinom 5 m/s i 10 m/s. Koliki treba da budu poluprečnici bočnih otvora da bi kroz njih zapreminski protok tečnosti bio jednak polovini zapreminskog protoka tečnosti na ulazu u cev?

Dato:
v_1 = 5 m/s; v_2 = 10 m/s
r = 5 cm
$Q_1 = Q_2 = Q/3$

Odrediti:
r_1 - ?; r_2 - ?

Rešenje: Zapreminski protok tečnosti na ulazu u cev je Q = Sv = $\pi r^2 v$. Iz zapreminskih protoka na kružnim otvorima $Q_1 = \frac{Q}{3} = \pi r_1^2 v_1$ i $Q_2 = \frac{Q}{3} = \pi_2 r^2 v_2$ sledi $r_1 = r\sqrt{\frac{v}{3v_1}} = 1{,}82 cm$ i

$r_2 = r\sqrt{\frac{v}{3v_2}} = 1{,}58 cm$.

23. Metalno telo, čija specifična toplota je 125 J/kgK, pada sa visine 1,2 km. Pri udaru o zemljino tlo ono se zagreje. Za koliko stepeni je veća temperatura tog tela, ako se 50% mehaničke energije transformiše u unutrašnju energiju (toplotu)?

Dato:
$c = 125$ J/kgK
$R = 1{,}2$ km
$0{,}5\ E_p = Q$

Odrediti:
ΔT - ?

Rešenje:Kako je potencijalna energija tela $E_p = mgh$ a unutrašnja energija $\Delta U = mc_p\Delta T$, sledi da je, uz uslov $Q = 0{,}5\ E_p$, $\Delta T = \dfrac{0{,}5gh}{c_p} = 47K$.

24. Koliko se energija oslobodi pri spajanju više manjih vodenih kapi poluprečnika 2×10^{-3} mm u jednu kap poluprečnika 2 mm? Konstantna površinskog napona vode je $7{,}4 \times 10^{-2}$ N/n

Dato:
$\sigma = 7{,}4 \times 10^{-2}$ N/m^2
$R = 2$ mm
$r = 2 \times 10^{-3}$ mm

Odrediti:
ΔT - ?

Rešenje: Promena potencijalne energije površinskog sloja kapi, izazivana smanjenjem površine kapi ΔS pri njihovom sjedinjenju u jednu kap, jednaka je $\Delta W = \sigma\Delta S = \sigma(S_1 - S_2)$, gde je S_1 -površina svih malih kapi, a S_2 -površina veće kapi. Kako je $S_1 = 4\pi r^2 n$ (n-broj malih kapi) i $S_2 = 4\pi R^2$, kao i M = nm (m - masa jedne kapi a M masa velike kapi), to je, uz $m = \rho V_1 = \dfrac{4}{3}\pi r^3\rho$ i

$M = \rho V_2 = \dfrac{4}{3}\pi R^3\rho$, $n = \left(\dfrac{R}{r}\right)^3 = 1000 kapi$. Kako je površina svih malih kapi

$S_1 = 4\pi r^2 \dfrac{R^3}{r^3} = 4\pi\dfrac{R^3}{r}$, to je $\Delta W = \sigma\Delta S = \sigma(S_1 - S_2) = 4\pi R^2\sigma(\dfrac{R}{r} - 1) = 3{,}5 \cdot 10^{-3} J$.

25. Koeficijent korisnog dejstva toplotne mašine je 30 %. Koliki će biti koeficijent korisnog dejstva, ako bi se gubitak toplote smanjio dva puta?

Dato:
$\eta_1 = 30$ %
$Q_2' = Q/2$

Odrediti:
η - ?

Rešenje: Za slučaj kada je gubitak toplote (odvedena hladnjaku) Q_2 , koeficijent korisnog dejstva je $\eta_1 = 1 - \dfrac{Q_2}{Q_1} \Rightarrow \dfrac{Q_2}{Q_1} = 1 - \eta_1 = 0{,}7$, a za slučaj kada je odvedena toplota $Q_2' = \dfrac{Q_2}{2}$, tada je

$$\eta_2 = 1 - \frac{Q_2'}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{2Q_1} = 0{,}65 = 65\% .$$

ZADACI ZA SAMOSTALNI RAD

1. U balonu zapremine 10 l nalazi se vodonik pod pritiskom 20×10^5 Pa. Koliku zapreminu bi zauzeo vodonik na istoj temperaturi pri normalnom atmosferskom pritisku ($p_0 = 10^5$ Pa) ? (Rez: 0,2 m^3).

2. Do koliko Kelvinovih stepeni treba zagrejati idealni gas da bi se njegova zapremina povećala dva puta u odnosu na njegovu zapreminu na 0 ºC ? (Rez: 546 K).

3. Gas se ohladi izohorno do 0 ºC, pri čemu se njegov pritisak smanji dva puta. Naći početnu temperaturu gasa? (Rez: 546 K).

4. Gas se nalazi pod pritiskom 5 x 10^2 Pa i zauzima zapreminu 4 l. Odrediti ukupnu kinetičku energiju translatornog kretanja molekula. (Rez: 3 J).

5. Koliko se molekula vazduha nalazi u sobi zapremine 290 m^3 pri temperaturi 17 ºC. i pritisku 10^5 Pa (Bolcmanova konstanta je k = 1,38 x 10^{-23} J/K) ? (Rez: 10^{27} molekula).

6. Dužina aluminijumske šipke pri 0 ºC. je 79,5 cm, a gvozdene 80 cm. Pri kojoj temperaturi t će obe dužine biti jednake? Linijski koeficijenti širenja su α_1 = 2,4 x 10^{-3} 1/ºC i α_a = 1,2 x 10^{-3} 1/ºC . (Rez: 803 ºC).

7. Kolika je brzina isticanje vode kroz bočni otvor koji je za 2 m niži od nivoa vode u sudu? Ako je površina otvora 2 cm^2, izračunati zapreminski protok vode. Nivo vode smatrati konstantnim. (Rez: 6,26 m/s; 1,25 x 10^{-3} m^3/s).

8. Gvozdena kuglica poluprečnika 1 mm pada kroz glicerin konstantnom brzinom 0,5 m/s. Odrediti koeficijent viskoznosti glicerina? Gustina gvožđa je 7,8 x 10^3 kg/m^3 a glicerina 1,25 x 10^3 kg/m^3. (Rez: 2,88 x 10^{-2} Pas).

9. Koliki treba da bude poluprečnik kapilarne cevi da bi visina tečnog stuba u kapilari bila 10 cm? Konstanta površinskog napona vode je 7,2 x 10^{-2} N/m, a gustina 10^3 kg/m^3. (Rez: 1,5 mm)

10. Idealna toplotna mašina izvrši u jednom ciklusu rad 75 kJ. Ako je temperatura grejača 100 ºC, a hladnjaka 2 ºC, odrediti stepen korisnog dejstva, količinu toplote Q_1 koju mašina prima od grejača i količinu toplote koju mašina predaje hladnjaku. (Rez: η = 26,3 %, Q_1 = 274 kJ, Q_2 = 200 kJ)

11. Koliku masu ima kap vode koja ističe iz staklene cevčice poluprečnika 0,5 mm? Smatrati da je poluprečnik kapi jednak poluprečniku cevi. Konstanta površinskog napona vode JE 7,4 x 10^{-2} N/m. (Rez: 2,36 g).

12. U idealnoj toplotnoj mašini se za svaki kJ energije, dobijen od toplotnog izvora, izvrši SE rad 300 J. Odrediti koeficijent korisnog dejstva mašine i temperaturu grejača, ako je temperatura hladnjaka 280 K. (Rez: 33 %, T_1 = 420 K).

5. OSCILACIJE, TALASI I OPTIKA

Mehaničke i elektromagnetne oscilacije

Oscilovanje tela ili sistema, koje se vrši pod dejstvom sile F, proporcionalno pomaku tela od ravnotežnog položaja, predstavlja harmonijsko oscilovanje. Kod takvog kretanja je F = kx, gde je k - restituciona konstanta.
Kinematiska jednačina harmonijskog oscilovanje ima oblik

$$x = A\sin(\omega t + \varphi_0),$$

gde je x - pomak (elongacija) tačke u datom trenutku od ravnotežnog položaja, A-amplituda oscilacija (m), $\omega t + \varphi_0 = \varphi$ - faza oscilovanja (rad), φ_0 -početna faza (rad) i ω-kružna frekvencija (rad/s).
Kružna frekvencija povezana je sa brojem oscilacija u jedinici vremena (frekvencija) ν i periodom oscilovanja T (s) izrazom

$$\omega = 2\pi\nu = \frac{2\pi}{T}.$$

Za slučaj linearnog oscilovanja obešenog tela mase m o oprugu (dinamičko oscilovanje), jednačina oscilovanje je istog oblika kao i kod kinematskog oscilovanja, a period oscilacija, tela mase m je

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}, \quad \text{a} \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}}.$$

Ako je oscilujuće telo matematičko klatno dužine l, period oscilovanja je

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}, \ \text{a} \ \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{l}}.$$

Period oscilovanja fizičkog klatna momenta inercije I je

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgl}}, \ \text{a} \quad \nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{mgl}{I}},$$ gde je *l* rastojanje od tačke vesanja do centra mase tela a m - masa oscilujućeg tela.
Trenutna brzina oscilujućeg tela je $v = \omega A\cos(\omega t + \varphi_0)$, a njena maksimalna vrednost (amplitudna brzina) je $v_{max} = \omega A$.
Ubrzanje oscilujućeg tela u datom trenutku je $a = -\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi_0)$, a maksimalno ubrzanje je $a_{max} = -\omega^2 A$.
Sila, pod čijim dejstvom se vrši oscilovanje tela ima vrednost
$F = ma = -m\omega^2 A\cos(\omega t + \varphi_0) = -m\omega^2 x$, gde je $F_{max} = m\omega^2 A$.
Kako je F = - kx, to je $k = m\omega^2$.
Maksimalna kinetička energija (energija u ravnotežnom položaju) je $E_{k\max} = \frac{1}{2}m{v_{\max}}^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$ a potencijalna (elastična potencijalna) energija je $E_{pmx} = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2$. Ukupna energija oscilovanja je $E = E_k + E_p = \frac{1}{2}m\omega^2 A^2 = E_{k\max} = E_{p\max}$.
Elektromagnetne oscilacije predstavljaju naizmenično pretvaranje električne energije u magnetnu i obrnuto. To pretvaranje vrši se u LC-kolu koga čini kondenzator kapaciteta C i induktivni kalem koeficijenta samoindukcije L.
Ako je otpor kola R = 0, oscilacije su neprigušene (neamortizovane).
Period oscilovanja LC kola, dat je Tomsonovom formulom $T = 2\pi\sqrt{LC}$, frekvencija $\nu = \frac{1}{T} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$, a sopstvena frekvencija $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

Jednačina elektromagnetnih oscilacija je oblika $q = q_0 \sin(\omega t + \varphi_0)$,
gde je q-naelektrisanje kondenzatora, q_0 -maksimalno naelektrisanje, a ωt - ω_0 -faza oscilovanja.
Po istom zakonu menja se i napon na krajevima kondenzatora u = q/C.
Jačina struje i indukcija polja su takođe harmonijske funkcije vremena.
Kad neprigušenih elektromagnetnih oscilacija nema gubitka energije, pa je ukupna energija
$W = W_e + W_m = \frac{1}{2}CU^2 + \frac{1}{2}LI^2$.

Mehanički i eletromagnetni talasi

Proces rasprostiranja oscilovanja u elastičnim sredinama naziva se talasni proces. Mehanički talasi se prostiru u svim elastičnim sredinama (čvrstim, tečnim i gasovitim), a EM talasi se mogu prostirati kako u svim sredinama tako i u vakuumu.
Ako se oscilacije čestica sredine poklapaju sa pravcem prostiranja, takvi talasi su longitudinalni a u slučaju kada su te oscilacije normalne na pravac prostiranja talasa talasi su transverzalni.
Brzina prostiranja talasa v (bilo koje vrste i oblika) zadana je izrazom $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda\nu$,
gde λ -talasna dužina, ν-frekvencija, T-period.
Brzina prostiranja EM-talasa u vakuumu je c = 3 x 10^8 m/s.
Brzina prostiranja longitudinalnih mehaničkih talasa kroz elastičnu čvrstu i tečnu sredinu data je Njutnovom jednačinom $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, gde je E - Jungov modul elastičnosti, ρ-gustina sredine.
Brzina prostiranja longifudinalnih talasa u gasovima oddređena je izrazom

$$v = \sqrt{\frac{\chi p}{\rho}},$$

gde je χ-odnos specifičnih toplota gasa pri konstantnom pritisku (c_p) i konstantnoj zapremini c_V.
Brzina prostiranja transverzovanih talasa u zategnutoj žici dato je relacijom

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}},$$

gde je F-sila zatezanja žica, μ -podužna masa (masa po jedinici dužine).

Optika

Svetlost predstavlja emisiju elektromagnetnih talasa u dijapazonu talasnih dužina od 400 - 800 nm.
Izvori svetlosti su atomi i molekuli u kojima nastaje izmena energetskog stanja elektrona, koji pri tome emituju kvante svetlosti- fotone. Fotoni poseduju kako talasna tako i korpuskularna svojstva.
S toga se pojave interferencije, difrakcije i polarizacije svetlosti objašnjavaju kao talasni procesi-talasne optika, a pojave: foroelektrični efekt, pritisak svetlosti i dr. su rezultat korpuskularnog svojstvava fotona - kvantna optika.
Geometrijska optika je specijalni slučaj talasne optike gde se svetlosni talasi prikazuju u vidu pravolinijskih svetlosnih zrakova.
Na granici dve sredine nastaju pojave odbijanja i prelamanja svetlosti.
Zakon dobijanja: Upadi ugao α_u jednak je odbojnom uglu α_o, pri čemu upadni ugao, normala i odbojni ugao leže u istoj ravni. Zakon odbijanja važi za sve oblike talasa (mehaničke, EM-talase).
Zakon prelamanja: Odnos sinusa upadnog ugla α prema sinusu prelomnog ugla β na dve granične sredine je konstantna veličina i predstavlja relativni indeks prelamanja $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1}$,
gde je n_1 -apsolutni indeks prelamanja prve, a n_2 -apsolutni indeks prelamanja druge sredine.

Apsolutni indeks prelamanja sredine n je odnos iz brzine prostiranja svetlosti c u vakuumu i brzine svetlosti v u toj sredini

$$n = \frac{c}{v}.$$

Ako svetlosni zrak dolazi iz optički gušće sredine na granicu optički ređe sredine ($n_1 > n_2$) pod određenim graničnim ili kritičkim uglom α_g, za koji je prelomni ugao $\beta_g = 90^o$, nastaje pojava totalne refleksije (nema prelamanja), $\frac{\sin\alpha_g}{\sin\beta_g} = n_{2,1} = \frac{n_2}{n_1} \Rightarrow \sin\alpha_g = \frac{n_2}{n_1}$.

Granični ugao za vodu je 48^o a za staklo 42^o.

Optička ogledala su uglačane ravne ili sferne površine koje pravilno reflektuju svetlost. Kod ravnih ogledala daljina lika l jednaka je daljini predmeta.

Uvećanje u, je odnos veličine lika prema veličini predemta u = L/P = l/p = 1.

Sferna ogledala mogu biti ispupčena/ konveksna i izdubljena/konkavna.

Kad sfernih ogledala poluprečnika R, žižna daljina ogledala je f = R/2.

Jednačina izdubljenog ogledala je $\frac{1}{f} = \frac{2}{R} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$,

gde je p-daljina predmeta od temena ogledala a l-daljina lika.

Jednačina ispupčenog ogledala je $-\frac{1}{f} = -\frac{2}{R} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l}$.

Uvećanje ogledala je u = L/P = l/p.

Optičko sočivo je providno telo ograničeno sa dve polirane krivolinijske površine (obično sferne) ili jednom sfernom i jednom ravnom površinom, sa poluprečnicima krivina R_1 i R_2. Sočivo kod kojih se snop paralelnih zraka posle prelamanja seku u jednoj tački (žiža sočiva) su sabirna sočiva, a sočivo kod kojih prelomljeni zraci divegiraju i čiji se produžeci seku u jednoj tački sa strane upadnih zrakova su rasipna sočiva.

Rastojanje žiže od optičkog centra je žižna daljina f. Svako sočivo ima dve žiže, prednju i zadnju.

Optička moć sočiva ω predstavlja recipročnu vrednost žižne daljine ω = 1/f (1/m - dioptrija).

Žižna daljina tankog sočiva ima oblik $\frac{1}{f} = (\frac{n}{n_0} - 1)(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$,

gde je n-indeks prelamanja materijala sočiva, n_0 -indeks prelamanja sredine u kojoj se nalazi sočivo, a R_1 i R_2 su poluprečnici krivine sočiva.

Za plankonveksna, odnosno plankonkavna sočiva R_2 teži beskonačnosti pa je

$$\frac{1}{f} = (\frac{n}{n_0} - 1)\frac{1}{R}.$$

Kod rasipnih sočiva za R_1 i R_2 uzima se negativni predznak.

Veza između žižne daljine f, daljine predmeta p i daljine lika l data je jednačinom $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$ za sabirno, odnosno $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l}$ za rasipno sočivo.

Uvećanje sočiva definiše se odnosom veličine lika L i veličine predmeta P, odnosno, odnosom daljine lika l i daljine predmeta p. u = L/P = l/p.

Za kombinovano sočivo ekvivalenta žižna daljina f_e data je izrazom $\frac{1}{f_e} = \frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2}$.

Interferencija svetlosti je pojava slaganja dva (ili više) talasa jednakih perioda, pri čemu se u tačkama prostora (ukrštanja) javljaju interferentni efekti u vidu pojačanja ili slabljenja amplituda rezultirajućeg talasa (svetle i tamne pruge).

Maksimumi interferencije su na onim mestima gde je putna razlika $\Delta r = m\lambda$,

odnosno gde je fazna razlika $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1 = 2m\pi$,
gde je m-red interferncije, a λ-talsna dužina.

Mesto minimuma određena su uslovom $\Delta r = (2m+1)\frac{\lambda}{2}$, tj. $\Delta\varphi = (2m+1)\pi$

Difrakcija svetlosti je pojava odstupanja svetlosnog talasa od pravolinijskog prostiranja (savijanje svetlosti) kada talas naiđe na oštru prepreku ili uski otvor, koji su u granici talasne dužine svetlosti. Difrakcija svetlosti može se posmatrati pomoću optičke rešetke (rešetka sa naizmenično providnim i neprovidnim površinama) Konstanta rešetke d (period rešetke) je rastojanje između dva susedna proreza d = a + b gde je a -širina propusnog, a b - širina nepropusnog dela rešetke. Konstanta rešetke je d = 1/N, gde je N broj zareza po jedinici dužine (mm).
Difrakcioni maksimumi javljaju se na onim mestima gde je ispunjen uslov
$d\sin\varphi = k\lambda$, gde je k-red difrakcije, λ-talasna dužina svetlosti φ -ugao skretanja svetlosti.
Polarizovana svetlost se može dobiti dvojnim prelamanjem svetlosti kroz neke vrste kristala, ili odbijanjem i prelamanjem na neku graničnu površinu.
Ako nepolarizovana svetlost upada pod upadnim uglom α_β za koji odbijeni i prelomljeni zrak obrazuju pravi ugao, tada je odbijeni zrak potpuno linearno polarizovan a prelamljeni delimično. Taj uslov je ispunjen ako je, po Brusterovom zakonu, $tg\alpha_\beta = n \Rightarrow \alpha_\beta = arctgn$, gde je α_β-Brusterov ugao (za staklo = 57°).

REŠENI ZADACI

1. Materijalna tačka mase 10 g osciluje po zakonu $x = 0{,}5\sin(0{,}6t + 0{,}8)$. Naći amplitudu A, kružnu frekvenciju ω, period T, frekvenciju ν, maksimalnu silu F i ukupnu energiju W.

Dato:	Odrediti:
$x = 0{,}5\sin(0{,}6t + 0{,}8)$	A-?;ω - ?; T-?;F-?;W-?
m = 10 g	

Rešenje: Upoređivanjem jednačine harmonijskog oscilovanja sa zadanom jednačinom, vidi se da je: A = 0,5 cm, ω = 0,6 rad/s, φ_0 = 0,8 rad. Period oscilovanja je T=2π/ω = 10,4 s, frekvencija ν = 1/T = 9,56 x 10^{-2} Hz. Maksimalna sila je F = mω^2A = 1,8 x 10^{-4} N, a ukupna energija W = m$\omega^2 A^2$/2 = 4,5 x 10^{-6} J.

2. Kuglica od bakra, obešena o oprugu, vrši harmonijsko oscilovanje sa periodom T = 3 s. Koliki će biti period oscilovanja ako se o oprugu obesi kuglica od olova istog poluprečnika? Gustina bakra je 8,9 x 10^3 kg/m^3 a olova 2,7 x 10^3 kg/m^3.

Dato:	Odrediti:
T = 3 s	T_2 - ?
ρ_1 = 8,9 x 10^3 kg/m^3	
ρ_2 = 2,7 x 10^3 kg/m^3	

Rešenje: Periodi oscilovanja kuglica od bakra i aluminijuma (istih zapremina) su: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k}}$ i $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k}}$. Kako su mase kuglica $m_1 = \rho_1 V = \frac{4}{3}\pi r^3\rho_1$ i $m_2 = \rho_2 V = \frac{4}{3}\pi r^3\rho_2$, to je $\frac{T_2}{T_1} = \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} \Rightarrow T_2 = T_1\sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_2}} = 5{,}44s$.

3. Na glatkom horizontalnom stolu leži kugla mase 0,2 kg i pričvršćena je za oprugu čija krutost je 5.10^4 N/m. Drugi kraj opruge je učvršćen. Odrediti amplitudu oscilovanja posle neelastičnog sudara kugle sa ispaljenim metkom mase 50 g i brzine 600 m/s koji se zariva u kuglu. Masa u opruge i otpor vazduha zanemariti.

Dato:
v = 600 m/s
m_1 = 0,2 kg
m_2 = 50 g ; k = 6,4 x 10^4 N/m

Odrediti:
A - ?

Rešenje: Kinetička energija sistema kugle i metka je $E_k = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2$, gde je v brzina kugle posle udara metka u nju, a energije elstične deformacije opruge $E_e = \frac{1}{2}kA^2$. Na osnovu zakona održanja energije, sledi $E_k = \frac{1}{2}(m_1 + m_2)v^2 = E_e = \frac{1}{2}kA^2$. Odavde je $A = v\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}}$. Iz zakona o održanju impulsa $m_2 v_0 = (m_1 + m_2)v$, može se odrediti brzina v, $v = \frac{m_2 v_0}{m_1 + m_2}$. Zamenom v u izraz za amplitudu, daje $A = \frac{m_2 v_0}{m_1 + m_2}\sqrt{\frac{m_1 + m_2}{k}} = 25cm$.

4. Kuglica mase 0,3 kg, obešena o oprugu koeficijenta krutosti 1,2 N/m, harmonijski osciluje sa amplutudom 4 cm. Ako je početna faza jednaka nuli, odrediti elongaciju kuglice posle vremena π/12 s od početka oscilovanja. Masu opruge i dimenzije kuglice zanemariti.

Dato:
A = 4 cm
m = 0,3 kg
k = 1,2 N/m; t = π/12 s

Odrediti:
x - ?

Rešenje: Elongacija oscilovanja kuglice, uz uslov da je početna faza jednaka nuli je $x = A\sin\omega t$. Kako je period oscilovanja $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$, to je $x = A\sin\sqrt{\frac{k}{m}}t = A\sin\frac{\pi}{6} = \frac{A}{2} = 2cm$.

5. Oscilujuća kontura sastaji se od kondenzatora kapaciteta 2.10^{-9} F i induktivnog kalema koeficijenta samoindukcije 2.10^{-3} H. Odrediti period oscilovanja i talasnu dužinu na kojoj je podešena ta kontura.

Dato:
C = 2 x 10^{-9} F
L = 2 x 10^{-3} H

Odrediti:
T - ?; λ - ?

Rešenje: Iz Tomsonove formule, period oscilovanja je $T = 2\pi\sqrt{LC} = 12{,}56 \cdot 10^{-6} s$. Talasna dužina biće $\lambda = cT = 3{,}76 \cdot 10^3 m$.

6. Amputida harmonijskog oscilovanja materijalne tačke je 2 cm, a ukupna energija oscilovanja 3 x 10^{-7} J. Na kom rastojanju od ravnotežnog položaja na oscilujuću tačku dejstvuje sila $2{,}25.10^{-5}$ N ?

Dato:
W = 3 x 10^{-7} J
F = 2,25 x 10^{-5} N

Odrediti:
x - ?

Rešenje: Ukupna energija oscilovanja materijalne tačke je $W = \frac{mA^2\omega^2}{2}$, a sila $F = m\omega^2 x$. Odavde sledi da je $x = \frac{F}{m\omega^2} = \frac{FA^2}{2W} = 1{,}5 \cdot 10^{-2} m$.

7. Kamen se pusti sa zemljine površine da slobodno pada kroz neko vertikalno okno.Odbijeni zvuk od dna okna stigne do površine zemlje za 2,4 s nakon početka padanja. Kolika je dubina bunara h, ako je brzina zvuka u vazduhu 340 m/s? Otpor vazduha se zanemaruje.

Dato:	Odrediti:
t = 2,4 s	h - ?
v = 340 m/s	

Rešenje: Kako je put kamena pri slobodnom padanju $h = \frac{gt_1^2}{2}$, a pređeni put zvuka $h = vt_2$, to je $\frac{gt_1^2}{2} = vt_2 \Rightarrow gt_1^2 - 2vt_2 = 0$. Pošto je ukupno vreme t jednako zbiru vremena slobodnog padanja kamena t_1, i vremena odbijenog zvuka t_2, to je $t = t_1 + t_2$. Kako je $t_2 = t - t_1$ kvadratna jednačina se svodi na oblik $gt_1^2 + 2v_2t_1 - 2v_2t = 0$. Rešenje ove kvadratne jednačine (sa znakom plus) $t_1 = \frac{-2v_2 + \sqrt{4v_2^2 + 8gvt}}{2g} = 2{,}32s$ daje vreme za koje kamen slobodno padne sa površine zemlje do dna okna. Vreme trajanja odbijenog zvuka je $t_2 = t - t_1 = 0{,}078$ s. Dubina bunara je $h = vt_2 = 26{,}5$ m.

8. Jedan kraj gvozdene vodovodne cevi, dužine 10^3 m, posmatrač udari maljem i u istom trenutku ispali hitac iz revolvera. Na drugom kraju cevi nalazi se drugi posmatrač koji čuje kroz cev zvuk udara malja 2,8 s ranije nego zvuk pucnja koji se preneo kroz vazduh. Kolikom se brzinom prostire zvuk kroz gvožđe, ako je njegova brzina u vazduhu u = 333 m/s ?

Dato:	Odrediti:
$\Delta t = 2{,}8$ s	v - ?
u = 333 m/s; s = 10^3 m	

Rešenje: Brzina zvuka u gvozdenoj cevi je $v = \frac{s}{t_1}$, gde je $t_1 = t - \Delta t$, vreme za koje zvuk udarca malja pređe dužinu cevi, a brzina pucnja na toj dužini je $u = \frac{s}{t_2}$. Stoga je $v = \frac{s}{\frac{s}{u} - \Delta t} = 5000\frac{m}{s}$.

9. Oscilatorno kolo radio prijemnika podešeno je na frekvenciju 1,5 MHz. Da bi se to kolo podesilo na drugu talasnu dužinu (frekvenciju) 300 m treba promeniti kapacitet kondenzatora.

Odrediti odnos kapaciteta promenljivog kondenzatora u drugom i prvom slučaju. Brzina elektromagnetnih talasa je 3.10^8 m/s

Dato:	Odrediti:
$\nu = 1{,}5$ MHz	C_2 / C_1- ?
$\lambda_2 = 300$ m	

Rešenje: Iz Tomsonove formule $T = 2\pi\sqrt{LC}$ sledi da je $T_1^2 = 4\pi^2 LC_1$ i $T_2^2 = 4\pi^2 LC_2$. Odnos kapaciteta je $\frac{C_2}{C_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \left(\frac{\nu_1}{\nu_2}\right)^2 = \left(\frac{\lambda_2}{\lambda_1}\right)^2 = 2{,}25$.

10. Putna razlika dva svetlosna monohromatska talasa koji međusobno interferiraju je 0,5 λ, gde je λ njihova talasna dužina. Koliko je fazna razlika ovih talasa?

Dato:
$\Delta r = 0{,}5\ \lambda$

Odrediti:
$\Delta\varphi$- ?

Rešenje: Iz uslova za maksimum interferencije $\Delta r = m\ \lambda$, tj. $\Delta\varphi = 2m\pi$, sledi da je $\Delta\varphi = 2\pi\Delta r/\lambda = \pi$ rad.

11. Period elektromagnetnih oscilacija u LC koku je 10^{-4} s. Ako se u tom kolu veže paralelno i drugi kondenzator kapaciteta 2 x 10^{-9} F, period elektromagnetnih oscilacija se poveća tri puta. Kolika je induktivnost solenoida i kapacitet kondenzatora u takvom oscilatornom kolu ?

Dato:
$T_2 = 3\ T_1$
$T_1 = 10^{-4}$ s
$C_2 = 2 \times 10^{-9}$ F

Odrediti:
C_1 - ?; L - ?

Rešenje: Po Tomsenovoj formuli period oscilovanja u slučaju kada je u LC kolo vezan kondenzator kapaciteta C_1 je $T_1 = 2\pi\sqrt{LC_1}$ a u slučaju kada se u to kolo veže i drugi kondenzator kapaciteta C_2 parlelno sa prvim, period oscilovanja je $T_2 = 2\pi\sqrt{L(C_1 + C_2)}$. Odnos perioda je $\left(\frac{T_2}{T_1}\right)^2 = \frac{C_1 + C_2}{C_1}$ Odavde je $C_1 = C_2/8 = 0{,}25 \times 10^{-9}$ F. Induktivnost kalema je $L = \frac{T_1^2}{4\pi C_1} = 1H$.

12. Svetlosni zrak pada pod uglom 30° na površinu vode indeksa prelamanja 1,33. Kolika je brzina prostiranja svetlosti u vodi, ako svetlosni zrak dolazi iz vazduha indeksa prelamanja $n_0 = 1$? Koliki je prelomni ugao β ? Brzina svetlosti je 3 x 10^8 m/s.

Dato:
$\alpha = 30^\circ$
n = 1,33

Odrediti:
v- ?; β - ?

Rešenje: Brzina svetlosti u vodi je $v = \frac{c}{n} = 2{,}25 \cdot 10^8 \frac{m}{s}$. Iz Snelijus-Dekartovog zakona prelamanja

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n \Rightarrow \sin\beta = \frac{\sin\alpha}{n} \Rightarrow \beta = \arcsin\frac{\sin\alpha}{n} = 22^o.$$

13. Granični ugao totalne refleksije za staklo, kada se ono nalazi u vazduhu, je 42°. Kolika je brzina prostiranja svetlosti u staklu, ako je brzina prostiranja u vazduhu 3 x 10^8 m/s? Indeks prelamanja vazduha je $n_0 = 1$.

Dato:
$\alpha_g = 42^\circ$
$n_0 = 1$

Odrediti:
v- ?

Rešenje: U slučaju totalne refleksije zakon prelamanja je , uz β = π/2, $n\sin\alpha_g = n_0 \sin\beta$, tj. $n\sin\alpha_g = n_0$. Kako je n=c/v, to je $v = c\sin\alpha_g = 1{,}95\cdot 10^8 \frac{m}{s}$.

14. Konkavno sferno ogledalo daje realan lik koji je 4 puta veći od predmeta. Koliko je rastojanje između predmeta i njegovog lika, ako je poluprečnik krivine ogledala 20 cm?

Dato:
L = 4P; l = 4l
R = 20 cm

Odrediti:
d = l - p - ?

Rešenje: Iz jednačine ogledala $\frac{2}{R} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$ sledi da je daljina predmeta uz l = 4p, p = 5R/8. Traženo rastojenje je d = l - p = 37,5 cm.

15. Odrediti veličinu lika ispupčenog (konveksnog) ogledala poluprečnika 20 cm, ako se predmet nalazi na daljini 25 cm od njegovog temena. Kakav se pri tome dobije lik?

Dato:
R = 20 cm
p = 25 cm

Odrediti:
l - ?

Rešenje: Iz jednačine ispupčenog ogledala $-\frac{2}{R} = \frac{1}{p} - \frac{1}{l}$ sledi da je $l = \frac{pR}{2p + R} = 7{,}14 cm$. Lik je uspravan, imaginaran i umanjen.

16. Kolika je optička moć bikonkavnog tankog sočiva u vazduhu, koje je izrađeno od stakla indeksa prelamanja 1,6? Poluprečnici krivine sočiva su 10 cm i 20 cm.

Dato:
n = 1,6
R_1 = 10 cm
R_2 = 20 cm

Odrediti:
ω - ?

Rešenje: Optička moć bikonveksnog sočiva je $\omega = \frac{1}{f} = -(n-1)(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}) = -9 dioptrija$

17. Sočivo, koje je načinjeno od stakla indeksa prelamanja 1,5 ima žižnu daljinu 20 cm u vazduhu. Koliku žižnu daljinu ima ova sočivo u vodi? Indeks prelamanja vode je 1,33.

Dato:
n_0 = 1
n_1 = 1,5
n_2 = 1,33 cm
f_1 = 20 cm

Odrediti:
f_2 - ?

Rešenje: Žižna daljina sočiva u vazduhu je $\frac{1}{f} = (\frac{n_1}{n_0} - 1)(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$, a u vodi je $\frac{1}{f} = (\frac{n_1}{n_2} - 1)(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$. Iz njihovog odnosa sledi da je $\frac{f_2}{f_1} = \frac{n_1 - 1}{\frac{n_1}{n_2} - 1} \Rightarrow f_2 = \frac{n_1 - 1}{\frac{n_1}{n_2} - 1} f_1 = 0{,}78 m$.

18. Dva plankonveskna sočiva jednakih poluprečnika od 20 cm indeksa prelamanja 1,55 i 1,8 slepljena su svojim ravnim površinama. Kolika je ekvivalentna optička moć ovog sistema sočiva i ekvivalentna žižna daljina?

Dato:
$n_0 = 1$
$n_1 = 1{,}55$
$n_2 = 1{,}8$ cm
$R_1 = R_2 = 20$ cm

Odrediti:
ω - ?

Rešenje: Optička moć svakog od sočiva je $\omega_1 = \frac{1}{f_1} = (n_1 - 1)\frac{1}{R}$ i $\omega_2 = \frac{1}{f_2} = (n_2 - 1)\frac{1}{R}$. Ekvivalentna optička moć je $\omega = \omega_1 + \omega_2 = 2{,}7\frac{1}{m}$, a ekvivalentna žižna daljina je $f_e = 0{,}37$ m.

19. Predmet veličine 10 cm, postavljen je na daljini f/4 od bikonveksnog sočiva. Kolika je veličina lika ovog sočiva?

Dato:
P = 10 cm
p = f/4

Odrediti:
L - ?

Rešenje: Iz izraza za uvećanje sočiva u = L/P = l/p sledi da je l = pL/P. Iz jednačine sočiva $\frac{1}{f} = \frac{1}{p} + \frac{1}{l}$ uz p = f/4 , sledi da je

$$L = \frac{fP}{f(1 - \frac{1}{4})} = \frac{4}{3}P = 13{,}3cm\,.$$

20. Kolika je konstanta difrakcione rešetke, ako se maksimum petog reda difrakcionog spektra vidi pod uglom 18°. Rešetka se osvetljava monohromatskom svetlošću talasne dužine 600 nm. Koliki je broj zareza rešetke na dužini 1 mm?

Dato:
$\varphi = 18^{\circ}$
$\lambda = 600$ nm; k = 5

Odrediti:
d - ?; N - ?

Rešenje: Iz uslova za difrakcioni maksimum $d\sin\varphi = k\lambda$ sledi $d = \frac{k\lambda}{\sin\varphi} = 9{,}7\cdot10^{-6}m$.

Broj zareza po 1 mm dužine rešetke je N = 1/d = 103.

21. Normalno na difrakcionu rešetku konstante 2×10^{-6} pada svetlost talasne dužine 650 nm. Koliki je maksimalni red difrakciene ?

Dato:
$d = 2 \times 10^{-6}$
$\lambda = 650$ nm

Odrediti:
k_{max} - ?

Rešenje: Iz uslova za difrekcionih maksimuma rešetke $d\sin\varphi = k\lambda$, maksimalni red difrakcije dobija se za $\sin\varphi = 1$. Tada je $k_{\max} = \frac{d}{\lambda} = 3$.

22. Objektiv fotoaparata ima žižnu daljinu 5 cm. Sa kog rastojanja je napravljen snimak deteta visine 1,2 m, ako je visina njegovog lika na negativu 6 mm?

Dato:
f = 5 cm

Odrediti:
p - ?

h = P = 1,2 m
h_1 = L = 6 mm

Rešenje: Iz uvećanje sočiva $\frac{h_1}{h} = \frac{l}{p}$, sledi da je daljina lika $l = \frac{h_1}{h} p$.

Korišćenjem jednačine sočiva, uz prethodni uslov dobija se da je $p = (1 + \frac{h}{h_1}) f = 10m$.

23. Ispred bikonveksnog sočiva, poluprečnika krivina 4 sm i 6 cm i indeksa prelamanja 1,5, nalazi se predmet visine 2 cm na rastojanju 10 cm ispred sočiva. Kolika je visina dobijenog lika?

Dato:
n = 1,5
R_1 = 4 cm
R_2 = 6 cm
P = 2 cm; p = 10 cm

Odrediti:
L - ?

Rešenje: Iz jednačine $\frac{1}{f} = (n-1)(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2})$, sledi da je f = 5 cm. Kako je uvećanje sočiva u = L/P = l/p to je l = pL/P. Zamenom ove vrednosti u jednačinu sočiva dobija se $L = \frac{P}{\frac{p}{f} - 1} = 2cm$.

24. Na staklenu pločicu, indeksa prelamanja 1,5 pada svetlosni zrak. Naći upadni ugao zraka ako je ugao između odbijenog i prelomljenog zraka 90°. Pločica je u vazduhu.

Dato:
n = 1,5
γ = 90°

Odrediti:
α - ?

Rešenje: Kako je zbir uglova odbijenog i prelamljenog zraka i ugla između odbojnog i prelomnog zraka $\alpha + \beta + \gamma = \pi$, to uz γ = π/2, sledi da je β = π/2 - α. Iz zakona prelamanja $\frac{\sin\alpha}{\sin\beta} = n \Rightarrow n = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = tg\alpha$, α = arctgn = 56,2°.

25. Monohromatska svetlost talasne dužine 600 nm pada normalno na optičku rešetku, konstante 2,4 x 10^{-3} mm. Šta će videti posmatrač koji se nalazi iza rešetke i gleda u pravcu koji sa normalom na rešetku zaklapa ugao 30° ?

Dato:
d = 2,4 x 10^{-3} mm
λ = 600 nm
φ = 30°

Odrediti:
k - ?

Rešenje: Iz uslova za difrakcioni maksimum $d\sin\varphi = k\lambda$, sledi $k = \frac{d}{\lambda}\sin\varphi = 2$.

Posmatrač će videti drugi difrekcioni maksimum.

ZADACI ZA SAMOSTALNI RAD

1. Napisati jednačinu harmonijskog oscilovanja, ako je amplituda oscilovanja 10 cm, period oscilovanja 10 s a početna faza jednaka nuli. (Rez: $x = 0{,}1\sin 0{,}628t$).

2. Napisati jednačinu hormoniskog oscilovanja tela, koji za 1 min izvrši n = 240 oscilacija. Amplituda oscilovanja je A = 3 cm, a početna faza $\varphi_0 = 90^o$. (Rez: $x = 3 \cdot 10^{-2} \sin(8\pi t + \frac{\pi}{2})$.

3. Period oscilovanja neke čestice je 0,2 s. Odrediti frekvenciju i broj osciloacija koje izvrši čestica za 50 s. (Rez: ν = 5 Hz, n = 250).

4. Koliki su ampliduda, period i frekvencija prostog harmonijskog kretanja oblika x = sin20t. (Rez: A = 1 cm, T = 0,314 s, ν = 3,19 Hz).

5. Spiralna opruga pod dejstvom obešenog tela istegne se za 6,5 cm i pusti da osciluje. Odrediti period oscilacija. (Rez: T = 0,51 s).

6. Obešeno telo o spiralnu oprugu osciluje sa amplitudom 2 cm. Pri pomaku od 3 cm sila elastičnosti je 9 x 10^{-5} N. Odrediti ukupnu energiju, kao i potencijalnu i kinetičku energiju oscilovanja. (Rez: W = 2,4 x 10^{-6} J, W_p = 1,35 x 10^{-6} J, W_k = 1,05 x 10^{-6} J).

7. Odrediti brzinu prostiranja talasa kroz homogenu elastičnu sredinu ako je njegova frekvencija 10^2 Hz, a talasna dužina 10 m. Za koje će vreme talas, koji prolazi kroz tu sredinu, preći rastojanje 12 km? (Rez: v = 10^3 m/s, t = 12 s).

8. Da bi procenio udaljenost neke vertikalne stene, planinar ispali hitac iz revolvera i merenjem ustanovi da se odjek (eho) pucnja čuje 5 s kasnije od trenutka ispaljivanja hitca. Koliko je rastojanje između planinara i stene, ako je brzina prostiranja zvuka u vazduhu 340 m/s? (Rez: s = 850 m).

9. Izračunati brzinu zvuka u vazduhu pri pritisku 10^5 Pa. Gustina vazduha iznosi 1,29 x 10^3 kg/m^3 , a odnos njegovih specifičnih toplota (pri stalnom pritisku i stalnoj temperaturi) 1,41. (Rez: v = 344,8 m/s).

10. Gvozdena žica, dužine 0,5 m i poluprečnika 5 x 10^{-2} mm, zategnuta je tegom mase 15 kg. Kolika je brzina zvuka u žici? Gustina gvožđa je 7,8 x 10^3 kg/m^3 , a ubrzanje zemljine teže 9,81 m/s^2. (Rez: v = 1,55 x 10^3 m/s).

11. Ako je fazna razlika dva talasa koji interferiraju 90^o kolika je njihova putna razlika? (Rez: Δr = 0,25 λ).

12. Svetlosni zrak pada pod uglom 45^o na površinu stakla indeksa prelamanja 1,5. Kolika je brzina prostiranja svetlosti u staklu, ako svetlost dolazi iz vazduha indeksa prelamanja 1? Koliki je prelmni ugao ? Brzina prostiranja svetlosti u vazduhu je 3 x 10^8 m/s. (Rez: v = 2 x 10^8 m/s, β = arcsin$\sqrt{}$2/3 = 28^o)

13. Koliki treba da bude kapacitet kondenzatora u LC kolu, čija je induktivnost 22 x 10^{-3} H da bi rezonantna frekvencija bila 6,84 x 10^3 Hz. (Rez: C = 2,46 pF)

14. Na kom rastojanju od izdubljenog sfernog ogledala, žižne daljine 30 cm, treba postaviti predmet da bi se njegov lik dobio na daljini 4f od temena ogledala? Kakav je ovaj lik? (Rez: p = 40 cm, lik je uvećan, realan i izvrnut)

15. Koliki je poluprečnik krivine konveksnog (ispupčenog ogledala), ako ono daje 10 puta umanjeni lik predmeta kada se predmet nalazi na rastojanju 180 cm od temena ogledala? (Rez: R = 2p/9 = 40 cm)

16. Koliki je granični ugao totalne refleksije za graničnu površinu staklo-voda? Apsolutni indeks prelamanja stakla je 1,7 a vode 1,33. (Rez: $\alpha_g = 51^o$).

17. Žižna daljina sabirnog sočiva u vazduhu je 5 cm, a u tečnosti indeksa prelamanja n_t je f_t = 35 cm. Koliki je indeks prelamanja tečnosti, ako je indeks prelamanja stakla od koga je načinjeno sočivo $n_s = 1,5$. (Rez: $n_t = 1,4$).

18. Dva sočiva koja se dodiruju imaju optičku moć $\omega_1 = 12$ dioptrija i $\omega_2 = - 2$ dioptrije. Kolika je ekvivalentna optička moć i žizna daljina ovog sistema sočiva? (Rez: $\omega_e = 10$ dioptrija, $f_e = 0,1$ m).

19. Na optičku rešetku pada paralelan snop monohromatske svetlosti talasne dužine 625 nm. Lik drugog reda uskog proreza vidi se pod uglom 30^o. Koliko zareza ima na jednom milimetru dužine optičke rešetke? (Rez: $N = 4 \times 10^4\ mm^{-1}$).

20. Ispred plankonveksnog sočiva, polupřečnika krivine 2 cm nalazi se predmet na rastojanju 8 cm. Lik sočiva je na rastojanju 16 cm. Koliki je indeks prelamanja materijala sočiva? Sočivo je u vazduhu. (Rez: n = 1,68).

6. FIZIKA MIKROSVETA

Kvantna priroda zračenja

Ukupnu emisionu moć zračenja apsolutno crnog tela u funkciji temperature dat je izrazom $E = \sigma T^4$ (Štefan-Bolcmanov zakon), gde je E - emisiona moć, tj. energija zračenja sa jedinice površine crnog tela u jedinici vremena, σ - Bolcmanova konstanta, ($\sigma = 5{,}67 \times 10^{-8}\ W/m^2K^4$) a T - apsolutna temperatura.
Maksimum energije zračenja u funkciji temperature, tj. maksimum talasne dužine dat je izrazom $\lambda_{\max} = \frac{b}{T}$ (Vinov zakon), gde je λ - talasna dužina koja odgovara maksimumu zračenja, T - apsolutna temperatura, b - Vinova konstanta, čija vrednost je $b = 2{,}9 \times 10^{-3}$ mK.
Veza između energije zračenja jednog kvanta i frekvencije, tj. talasne dužine, tog zračenja određena je izrazom $E = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = \hbar\omega$ (Plankov zakon zračenja), gde je $\hbar = \frac{h}{2\pi}$ tkz. redukovana Plankova konstanta, ν -frekvencija, λ-talasna dužina, c -brzina svetlosti u vakuumu, h -Plankova konstanta i ω - kružna frekvencija.
Po Ajnštajnu, svetlost ne samo da se emituje u vidu kvanata svetlosti, već se i svetlosni talasi prostiru u vidu diskretnih čestica - fotoni.

Energija fotona je, shodno Plankovom zakonu, $E_f = h\nu = h\frac{c}{\lambda} = \hbar\omega$.

Foton u kretanju poseduje energiju $E_f = m_f c^2$ odnosno masu $m_f = \frac{h}{c\lambda}$.

Impuls fotona je $p_f = m_f c = \hbar k$, gde je $k = 2\pi/\lambda$ (talasni broj).
Pojava izbijanja elektrona iz površine metala pod dejstvom upadne svetlosti (fotona) predstavlja fotoelektrični efekt. Po Ajnštajnu, energija fotona jednim delom se troši na oslobađanje elektrona iz metala (izlazni rad) a drugi deo se pretvara u kinetičku energiju; $h\nu = A_i + \frac{mv^2}{2}$.
De Broljeva relacija povezuje korpuskularna i talasna svojstva svetlosti, i data je izrazom $\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{2\pi\hbar}{mv}$, gde je λ - de Broljeva talasna dužina.
Ako se elektron ubrzava u polju dejstva elektrostatičke sile, čiji rad je jednak kinetičkoj energiji, u tom slučaju je de Broljeva talasna dužina $\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{h}{\sqrt{2meU}} = \frac{h}{\sqrt{2mE_k}}$.

Struktura atoma

Svaki atom, bilo kog elementa, sastoji se od pozitivnog jezgra, oko koga kruže elektroni po određenim orbitama.
Najednostavniji atom je atom vodonika, koji ima pozitivno jezgro-proton, oko koga kruži jedan elektron, po nekoj od n-toj orbiti.
Elektron je u stacionarnom stanju kada niti emituje niti apsorbuje energiju, a to je u slučaju kada je moment impulsa elektrona L = mvr, jednak celobrojnom umnošku Plankove konstante (I Borov postulat).

$$mvr = n\hbar,$$

gde je m - masa elektrona, v - brzina na n-toj orbiti i r - poluprečnik n-orbite, i n - glavni kvantni broj (broj orbite).

Pri prelazu elektrona sa jedne orbite na drugu, atom vodinika emituje ili apsorbuje jedan kvant zračenja (II Borov postulat) energije

$$h\nu = E_2 - E_1,$$

gde je h-Plankova konstanta, ν -frekvencija zračenja, E_1 i E_2 su energije elektrona na određenim orbitama.
Poluprečnik putanje elektrona u atomu vodonika može se odrediti polazeći od I Borovog postulata, i jednakosti Kulonove i centrifugalne sile. Iz tih relacija sledi da je

$$r_n = \frac{\hbar^2}{kmZe^2} n^2 = An^2, \text{ gde je A} = 5{,}2 \times 10^{-11} \text{ m.}$$

Ukupna energija elektrona na orbiti r_n je zbir kinetičke i potencijalne energije

$$E_n = -\frac{k^2 me^4}{2\hbar^2 n^2} = -C\frac{1}{n^2}, \text{ gde je C} = 13{,}6 \times 1{,}602 \times 10^{-19} \text{ C.}$$

Talasna dužina λ, emitovana iz atoma vodonika pri prelazu elektrona sa jedne na drugu orbitu određena je Balmerovom formulom

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right),$$

gde je R_H - Ridbergova konstanta (1,097 x 10^{-7} 1/m), n-redni broj orbite na koju prelazi elektron a m = n+1, n+2, …redni broj orbite sa koje prelazi elektron. Za vidljivu svetlost je n = 2, a m = 3, 4 , 5 …

Struktura jezgra

Jezgro atoma sastoji se iz nukleona (protona i neutrona). Ako je broj nukleona A jednak masenom broju (zaokružen do celog broja atomske mase elementa, izraženu atomskim jedinicama mase ajm), a atomski broj Z određuje broj protona, tada je broj neutrona N = A - Z.
Poluprečnik jezgra zavisi od masenog broja A i određuje se formulom

$$r_j = r_0\sqrt[3]{A},$$

gde je r_0 = 1,4 do 1,5 x 10^{-15} m.
Kako je masa protona m_p približno jednaka masi neutrona m_n, to je masa jezgra $m_j = m_n A$ pa je srednja gustina jezgra $\rho = \frac{m_j}{V} = \frac{3m_j}{4\pi r_j^3} = \frac{3m_n}{4\pi r_0^3} = 1{,}3 \cdot 10^{17} \frac{kg}{m^3}$.

Ukupna unutrašnja energija jezgra je $E_j = m_j c^2$

Defekt mase jezgra Δm predstavlja razliku između sume mase nukleona i mase jezgra $\Delta m = Zm_p + (A-Z)m_n - m_j$, a energija veže je $E_v = \Delta mc^2 = (Zm_p + (A-Z)m_n - m_j)c^2$.

U procesu neelastičnog sudara jezgra atoma sa nekom lakom česticom (proces nuklearne reakcije) dolazi do transformacije jezgra atoma u novonastalo jezgro, npr. ${}_ZX^A + {}_2\alpha^4 \Leftrightarrow {}_{Z+2}Y^{A+4}$; ${}_ZX^A + {}_{-1}e^0 \Leftrightarrow {}_{Z-1}Y^A$,
pri čemu suma masenih brojeva, a takođe i suma naelektrisanja na levoj i desnoj strani svakog od tih izraza (reakcije) mora biti jednaka.

Radiaktivnost - Jezgra nekih elemenata imaju svojstva da se spontano transformišu u jezgro drugih elemenata, uz emisiju α i β čestica i γ- zračenja.

Aktivnost radioaktivnog elementa je $A = -\frac{\Delta N}{\Delta t} = \lambda N$,

gde je λ -konstanta radioaktivnog raspadanja, N - broj neraspadnutih jezgara.

Broj radioaktivnih (neraspadnutih) atoma smanjuje se sa vremenom t po zakonu (zakon radioaktivnog raspadanja) $N = N_0 e^{-\lambda t}$,

gde je N_0- brroj radioaktivnih atoma u početnom momentu vremena.
Ako je broj neraspadnutih jezgra za vreme t jednak N to je broj raspadnutih jezgra od početnno raspada pa do tog vremena $N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$.
Kako je period poluraspada (vreme za koje se raspadne polovina broja jezgara)
$T = \frac{\ln 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}$ to je $N = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{t \ln 2}{T}}$
Vreme života τ radioaktivnog raspada je recipročna vrednost konstante raspadanja.

REŠENI ZADACI

1. Kolika je snaga zračenja apsolutno crnog tela po jedinici površine, ako je njegova temperatura 500 K ?

Dato: Odrediti:
T = 500 K E - ?
σ = 5,67 x 10^{-8} W/m^2K^4

Rešenje: Energija zračenja, prema Štefan-Bolcmanovom zakonu je $E = \sigma T^4$. Kako je E - snaga zračenja po jedinici površine, tj. izražena energija sa jedinice površine u jedinici vremena $E = \frac{P}{S} = \sigma T^4 = 3{,}54 \cdot 10^3 \frac{W}{m^2}$.

2. Lopta poluprečnika 0,1 m naalazi se na temperaturi 400 K. Kolika se energija izrači sa ove lopte za vreme 1000 s? Loptu smatrati apsolutno crnim telom.

Dato: Odrediti:
T = 400 K E - ?
σ = 5,67 x 10^{-8} W/m^2K^4
t = 1000 s; r = 0,1 m

Rešenje: $E = \sigma T^4$ odnosno $E = \frac{E_0}{St} = \sigma T^4$. Odavde sledi da je izračena energija $E_0 = \sigma S t T^4 = 18{,}2 kJ$.

3. Kolika treba da je temperatura crnog tela da bi se njegov maksimum emisione moći nalazio na gornjoj granici vidljivog spektra, za koji je $\lambda_g = \lambda_{max}$ = 760 nm ?

Dato: Odrediti:
b = 2,9 x 10^{-3} mK T - ?
σ = 5,67 x 10^{-8} W/m^2K^4
λ_{max} = 760 nm

Rešenje: Iz Vinovog zakona $\lambda_{max} = \frac{b}{T}$, sledi da je $T = \frac{b}{\lambda_{max}} = 3{,}82 \cdot 10^3 K$.

4. Koliku najveću talasnu dužinu može da ima svetlost da bi mogla da izazove fotoefekat kod aluminijuma, čiji izlazni rad je 3 ev ?

Dato: Odrediti:
A_i = 4,8 x 10^{-19} J λ_{max} - ?
h = 6,625 x 10^{-34} Js
c = 3 x 10^8 m/s

Rešenje: Kako je izlazni rad $A_i = h\nu_{max} = h\frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = h\frac{c}{A_i} = 4{,}1 \cdot 10^{-7} m$.

5. Izlazni rad elektrona iz cezijuma je 1,6 x 10^{-19} J. Kolika je brzina fotoelektrona koji izleću iz cezijuma kada se on osvetli laserskom svetlošću talasne dužine 589 nm?

Dato:
A_i = 1,6 x 10^{-19} J
h = 6,625 x 10^{-34} Js
c = 3 x 10^8 m/s; λ = 589 nm; m_e = 9,1 x 10^{-31} kg

Odrediti:
v - ?

Rešenje: Iz Ajštajnovog zakona za fotoelektrični efekat $h\gamma = A_i + \frac{mv^2}{2}$, sledi da je

$$v = \sqrt{\frac{2(h\frac{c}{\lambda} - A_i)}{m}} = 6{,}24 \cdot 10^5 \frac{m}{s}.$$

6. Talasna dužina zelene svetlosti u glicerinu je 4,07 x 10^{-7} m , a enegija jednog fotona ove svetlosti 3,3 x 10^{-19} J. Koliki je apsolutni indeks prelamanja ove svetlosti?

Dato:
E = 3,3 x 10^{-19} J
h = 6,625 x 10^{-34} Js
c = 3 x 10^8 m/s;   λ = 407 nm

Odrediti:
n - ?

Rešenje: Apsolutni indeks prelamanja je n = c/v. Kako je c = $\lambda_0\nu$ i v = $\lambda\nu$ gde je λ_0 -talasna dužina svetlosti u vakuumu, λ talasna dužina u posmatranoj sredini), to je n = λ_0/λ. Kako je energija fotona E = hc/λ_0 , to je λ_0 = hc/E. Otuda je n = hc/λE = 1,48

7. Kolika je masa fotona infracrvene svetlosti talasne dužine 8,8 x 10^{-7} m ?

Dato:
λ = 880 nm
h = 6,625 x 10^{-34} Js
c = 3 x 10^8 m/s;

Odrediti:
m_f - ?

Rešenje: Iz Ajnštajnove relacije $E_f = m_f c^2$ i Plankovog zakona

$$E = h\frac{c}{\lambda} \Rightarrow m_f = \frac{h}{\lambda c} = 2{,}51 \cdot 10^{-36} kg.$$

8. Koliko je talasna dužina elektrona čija je brzina 6 x 10^6 m/s ?. Masa elektrona u mirovanju je m_0 = 9,1 x 10^{-31} kg.

Dato:
m = 9,1 x 10^{-31} kg
h = 6,625 x 10^{-34} Js
c = 3 x 10^8 m/s; v = 6 x 10^6 m/s

Odrediti:
λ - ?

Rešenje: Po de Broljevoj relaciji $\lambda = \frac{h}{mv}$ gde je m relativistička masa $m = \frac{m_0}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$. Kako je $v <<$ c

to je m = m_0 , pa je $\lambda = \frac{h}{m_0 v} = 1{,}23 \cdot 10^{-10} m$.

9. Talasna dužina elektrona koji se koriste u elektronskom mikroskopu je 10^{-12} m. Kolikom potencijalnom razlikom se ubrzavaju elektroni?

Dato:
$m = 9,1 \times 10^{-31}$ kg
$h = 6,625 \times 10^{-34}$ Js
$c = 3 \times 10^{8}$ m/s; $\lambda = 10^{-12}$ m

Odrediti:
U - ?

Rešenje: kako je rad sile električnog polja jednak kinetičkoj energiji $eU = \frac{mv^2}{2}$, s jedne, i uzimajući u obzir de Broljevu relaciju $\lambda = \frac{h}{mv}$ s druge strane, sledi da je $U = \frac{h^2}{2me\lambda^2} = 602V$.

10. Kolika je jačina električnog polja na drugoj orbiti elektrona u atomu vodonika?

Dato:
$e = 1,6 \times 10^{-19}$ C
$k = 9 \times 10^{9}$ Nm^2/kg^2
$c = 3 \times 10^{8}$ m/s; n = 2

Odrediti:
E - ?

Rešenje: Jačina električnog polja na drugoj orbiti je $E = k\frac{q^2}{r_2^2}$. Kako je r_2 poluprečnik druge Borove orbite $r_2 = \frac{\hbar^2}{kme^2}n^2 = r_1 n^2$, a $r_1 = 5,3 \times 10^{-11}$ m, to je $E = \frac{ke}{n^2 r_1^2} = 3,2 \cdot 10^{10}\frac{N}{C}$.

11. Odrediti talasne dužine prve, druge i treće spektralne linije (H_α, H_β i H_γ Balmerove serije u vidljivom delu spektra atoma vodonika

Dato:
n = 2 ; m = 3
$R = 1,1 \times 10^{7}$ 1/m

Odrediti:
$\lambda(H_\alpha)$; $\lambda(H_\beta)$; $\lambda(H_\gamma)$ - ?

Rešenje: Iz Balmerove formule $\frac{1}{\lambda} = R_H(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2})$ sledi, posle zamene datih podataka, da je $\lambda(H_\alpha) = 656$ nm, $\lambda(H_\beta) = 486$ nm i $\lambda(H_\gamma) = 434$ nm.

12. Koliki je period poluraspada radijuma, ako se zna da je aktivnost njegove mase od 1 g 36×10^{9} Bq ? Molarna masa radijuma je $M = 22,6 \times 10^{-2}$ kg/mol.

Dato:
$N_A = 6,02 \times 10^{23}$ 1/mol
$A = 35 \times 10^{9}$ Bq
m = 1 g

Odrediti:
T - ?

Rešenje: Broj atoma u količini radijuma mase 1 g je $N = \frac{m}{M}N_A = 2,67 \cdot 10^{21}$

Kako je konstanta radioaktivnosti $\lambda = A/N = 1,35 \times 10^{-11}$ 1/s to je period poluraspada $T = \ln 2/\lambda$ = 1617 godina.

13. Odrediti energiju fotona emitovanog pri prelazu elektrona u atomu vodonika sa treće na prvu orbitu.

Rešenje: Kako je ukupna energija elektrona na orbiti r_n data kao

$$E_n = -\frac{k^2me^4}{2\hbar^2n^2} = -C\frac{1}{n^2} = 13,6eV\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2}\right) = 12eV = 1,94 \cdot 10^{-19} J$$

14. Koliko se promeni energija elektrona u atomu vodonika, ako atom emituje foton talasne dužine 4,86 x 10^{-7} m ?

Dato:

λ = 486 nm

h = 6,625 x 10^{-34} Js

c = 3 x 10^{8} m/s;

Odrediti:

E - ?

Rešenje: Promena energije atoma je $\Delta E = h\frac{c}{\lambda} = 4{,}1 \cdot 10^{-19} J$.

15. Naći najveću i najmanju talasnu dužinu u vidljivom delu spektra atoma vodonika.

Dato:

n = 2

R = 1,1 x 10^{-7} 1/m

Odrediti:

λ_{max} - ?; λ_{min} - ?

Rešenje: Prema Balmerovoj formuli za n = 2, talasna dužina emitovanog zračenja je

$$\frac{1}{\lambda} = R_H(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{m^2})$$

Najmanja energija emituje se iz atoma vodonika pri prelazu elektrona sa treće (m = 3) na drugu orbitu (n = 2), što odgovara zračenju sa najvećom talasnom dužinom $\lambda_{max} = \frac{1}{R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2}\right)} = 6.65 \cdot 10^{-7} m$.

Najveća energija emituje se pri prelazu elektrona iz beskonačne orbite n = $\propto$ na drugu (n=2), što odgovara najmanjoj talasnoj dužini $\lambda_{min} = \frac{1}{R\left(\frac{1}{2^2}\right)} = 3.65 \cdot 10^{-7} m$.

16. Pri prelazu elektrona sa neke orbite na drugu, atom vodonika emituje svetlost talasne dužine 4,34 x 10^{-7} m. Naći kvantni broj nepoznate orbite.

Dato:

n = 2

R = 1,1 x 10^{-7} 1/m

λ = 434 nm

Odrediti:

n_k - ?

Rešenje: Iz izraza $\frac{1}{\lambda} = R_H(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{m^2})$ sledi da je $m = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\lambda R}}} = 5$.

17. Na difrakcionu rešetku pada normalno snop svetlosti iz razređene cevi napunjene vodonikom. Konstante rešetke je 5 x 10^{-4} m. Sa koje orbite treba da pređe elektron na drugu orbitu, da bi se spektralne linije u spektru petog reda mogle videti pod uglom 41 ^{o} ?

Dato:

n = 2

d = 5 x 10^{-6} m

k = 5; φ = 41 ^{o} = 0,72 rad

Odrediti:

n_k - ?

Rešenje: Iz formule za određivanje difrekcionog maksimuma kod optičke rešetke $d\sin\alpha = k\lambda$, sledi $\lambda = \frac{d\sin\alpha}{k}$. Kako je iz Balmerove formule $m = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\lambda R}}}$ to je $m = \sqrt{\frac{1}{\frac{1}{n^2} - \frac{k}{d\sin\alpha}}} = 3$.

18. Odrediti defekt mase jezgra atoma neona $_{10}Ne^{20}$.

Dato:
$m_p = 1{,}6724 \times 10^{-27}$ kg
$m_n = 1{,}6748 \times 10^{-27}$ kg
$m_j = 33{,}1888 \times 10^{-27}$ kg

Odrediti:
Δm - ?

Rešenje: Defekt mase je $\Delta m = Zm_p + (A - Z)m_n - m_j$ pa je, s obzirom na podatke, $\Delta m = 2{,}83 \times 10^{-28}$ kg.

19. Radioaktivni natrijum $_{11}Na^{24}$ raspada se uz emisiju β-čestica. Period poluraspada natrijuma je 14,8 h. Odrediti broj raspadnutih atoma iz 10 mg datog radioaktivnog elementa za 10 h.

Dato:
T = 14,8 h
t = 10 h; m = 10 mg

Odrediti:
ΔN - ?

Rešenje: Broj raspadnutih atoma za vreme t je $N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$, odnosno

$\Delta N = N_0(1 - e^{\frac{-\ln 2}{T}t})$, gde je N_0-broj neraspadnutih atoma u početnom vremenu u 1 mg, N broj neraspadnutih atoma posle isteka vremena t. Kako se u 1 molu sadrži broj atoma jednak Avagadrovom broju , to masa m sadrži broj atoma $N_0 = nN_A = mN_A/M$, gde je M molarna masa natrijuma. S toga je: $\Delta N = \frac{m}{M}N_A(1 - 2^{-\frac{t}{T}}) = 9{,}3 \cdot 10^{18}\,atoma$.

20. Odrediti period poluraspada radona $_{86}Ra^{222}$ ako se za jedan dan od 10^6 atoma raspadne $1{,}75 \times 10^5$ atoma.

Dato:
t = 1 dan
$N_0 = 10^6$: $\Delta N = 1{,}75 \times 10^5$

Odrediti:
T - ?

Rešenje: Period poluraspada radona je T = 0,693/λ. Konstanta radioaktivnog raspada može se odrediti iz formule $N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$; Odatle je $\frac{1}{e^{\lambda t}} = \frac{N_0}{\Delta N - N_0}$, odnosno $\lambda = \frac{1}{t\lg e}\lg\frac{N_0}{\Delta N - N_0}$.

Period poluraspada je $T = \frac{0{,}693}{\lambda} = 3{,}3 \cdot 10^5\,s$.

21. Naći energiju veze izotopa litijuma $_3Li^7$.

Dato:
$m_p = 1{,}6724 \times 10^{-27}$ kg
$m_n = 1{,}6748 \times 10^{-27}$ kg
$m_j = 33{,}1888 \times 10^{-27}$ kg

Odrediti:
E_v - ?

Rešenje: Energija veze je $E_v = \Delta mc^2 = (Zm_p + (A-Z)m_n - m_j)c^2$, gde je c brzina svetlosti. Kako je za $_3Li^7$ Z = 3 i A = 7, to je posle zamene podataka $E_v = 6{,}201 \times 10^{-12}$ J.

22. Pri nuklearnoj reakciji α-čestice sa izotopom azota $_4N^{14}$ obrazuje se nepoznati element i proton. Napisati reakciju i odrediti nepoznati element.

Rešenje: Šema ove nuklearne reakcije je $_4N^{14} + _2\alpha^4 \Leftrightarrow _ZX^A + _1p^1$. Kako zbir masenih brojeva i naelektrisanja na levoj i desnoj strani reakcije mora biti jednak, to je: 14 + 4 = 1 + A i 7 + 2 = 1 + Z. Odavde sledi da je A = 17 i Z = 8 odnosno dobija se element $_8O^{17}$ (izotop kiseonika).

23. Pri nuklearnoj reakciji neutrona sa jezgrom izotopa azota $_4N^{14}$ obrazuje se nepoznati element i α -čestica. Napisati reakciju i odredidti nepoznati element.

Rešenje: Šema reakcije je $_4N^{14} + _0n^1 \Leftrightarrow _ZX^A + _2\alpha^4$. Po zakonu održanja masenih brojeva i naelektrisanja, sledi da je A = 11 i Z = 5 , pa je nastali element izotop bora , a to je izotop bora $_5B^{11}$.

24. Kolika bi se oslobodila energija kada bi spajanjem protona i neutrona nastao helijum $_2He^4$ mase 1 g ?

Dato:
$m_p = 1{,}6724 \times 10^{-27}$ kg
$m_n = 1{,}6748 \times 10^{-27}$ kg
$m_j = 33{,}1888 \times 10^{-27}$ kg
m = 0,001 kg

Odrediti:
E - ?

Rešenje: Pri reakciji spajanjem dva protona i dva neutrona u jezgro He oslobođena energija jednaka je energiji veze $E_v = \Delta mc^2 = (Zm_p + (A-Z)m_n - m_j)c^2$.
Kako je broj jezgara u datoj masi $N = mN_A/M$, to je ukupna oslobođena energija $E = NE_V =$
$\frac{mN_A}{M}(Zm_p + (A-Z)m_n - m_j)c^2 = 7{,}11 \cdot 10^{11}\, J$.

25. Za vreme t = 5 dana raspadne se 80 % po~etnog broja nekog radioaktivnog elementa. Koliki je period poluraspada T ?

Dato:
t = 5 dana
$\Delta N/ N_0 = 0{,}8$

Odrediti:
T - ?

Rešenje: Kako je broj raspadnutih atoma $N_0 - N = N_0(1 - e^{-\lambda t})$ to je, ako se iskoristi uslov zadatka da je ΔN/N = 0,8 , $0{,}8 = 1 - e^{-\frac{t \ln 2}{T}}$. Odavde je $T = 1{,}85 \times 10^5$ s.

ZADACI ZA SAMOSTALNI RAD

1. Kojoj talasnoj dužini odgovara maksimum emisione moći crnog tela na temperaturi $3{,}1 \times 10^2$ K? (Rez: $9{,}36 \times 10^{-6}$ m).

2. Kolika je energija kvanta svetlosti talasne dužine 400 nm? (Rez: 5 x 10^{-17} J)

3. Koliki je izlazni rad elektrona za tantal, ako je talasna dužina svetlosti koja još može da izazove fotoefekat 297 nm. (Rez: 4,2 x 1,6 x 10^{-19} J).

4. Koliku energiju treba da ima foton, da bi njegova masa bila jednaka masi elektrona u miru? (Rez: 8,1 x 10^{-15} J)

5. Kolika je talasna dužina elektrona ubrzanog potencijalnom razlikom 51 V? (Rez: 1,72 x 10^{-10} m)

6. Na kojoj orbiti atoma vodonika elektron ima brzinu 734 km/s ? (Rez: n = 3)

7. Atom vodonika preveden je iz osnovnog u pobuđeno stanje određeno glavnim kvantnim brojem 2. Kolika je energija utrošena za ovo pobuđivanje? (Rez: 9,81 eV)

8. Pomoću GM-brojača ustanovljeno je da aktivnost mase 1 kg urana 238 iznosi 11,5 x 10^3 Bq. Kolika je konstanta radioaktivnog raspada i period poluraspada? (Rez: 4,55 x 10^{-18} s^{-1}; 1,62 x 10^{17} s)

9. Izračunati energiju veze tricijuma ($_1H^3$), ako se zna da je: m_n = 1,67495 x 10^{-27} kg, m_p = 1,67265 x 10^{-27} kg, m_j = 5,00992 x 10^{-27} kg i c = 3 x 10^8 m/s. (Rez: 1,14 x 10^{-12} J)

10. Odrediti ukupnu energiju elektrona u atomu vodonika, ako se nalazi na drugoj orbiti. (Rez: -5,41 x 10^{-19} J)

11. Pri emisiji fotona iz atoma vodonika, ukupna energija elektrona u atomu izmenila se za 2,56 eV. Naći talasnu dužinu emitovanog svetlosnog zračenja. (Rez: 486 nm)

12. Odrediti talasnu dužinu koja odgovara trećoj spektralnoj liniji u vidljivoj oblasti spektra atoma vodonika. (Rez: 434 nm).

13. Koji element nastaje od $_{92}U^{238}$ posle emisije tri alfa - čestice ($_2\alpha^4$) i dve beta - čestice ($_{-1}\beta^0$) ? (Rez: $_{88}Ra^{226}$).